

FİZİK

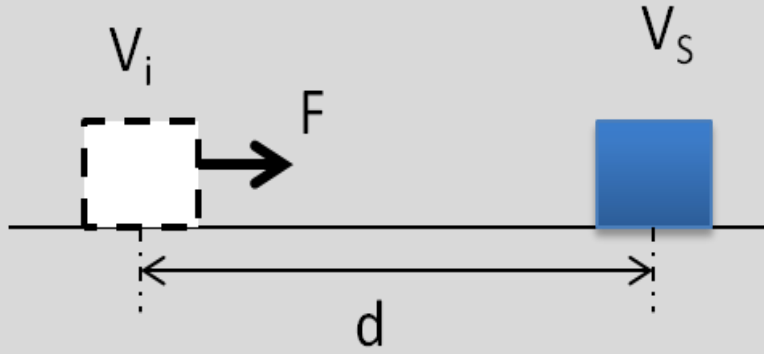
9.HAFTA

7.3. İş- Kinetik Enerji Teoremi:

Sabit bir F kuvvetinin etkisi altında sağa doğru hareket eden m kütleli bir cismi göz önüne alalım. Cismin, kuvvet uygulanmadan önceki hızı V_i , F kuvveti d mesafesi boyunca uygulandıktan sonraki hızı da V_s olsun.

Newton ikinci yasasına göre cisme etki eden toplam kuvvet

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}$$



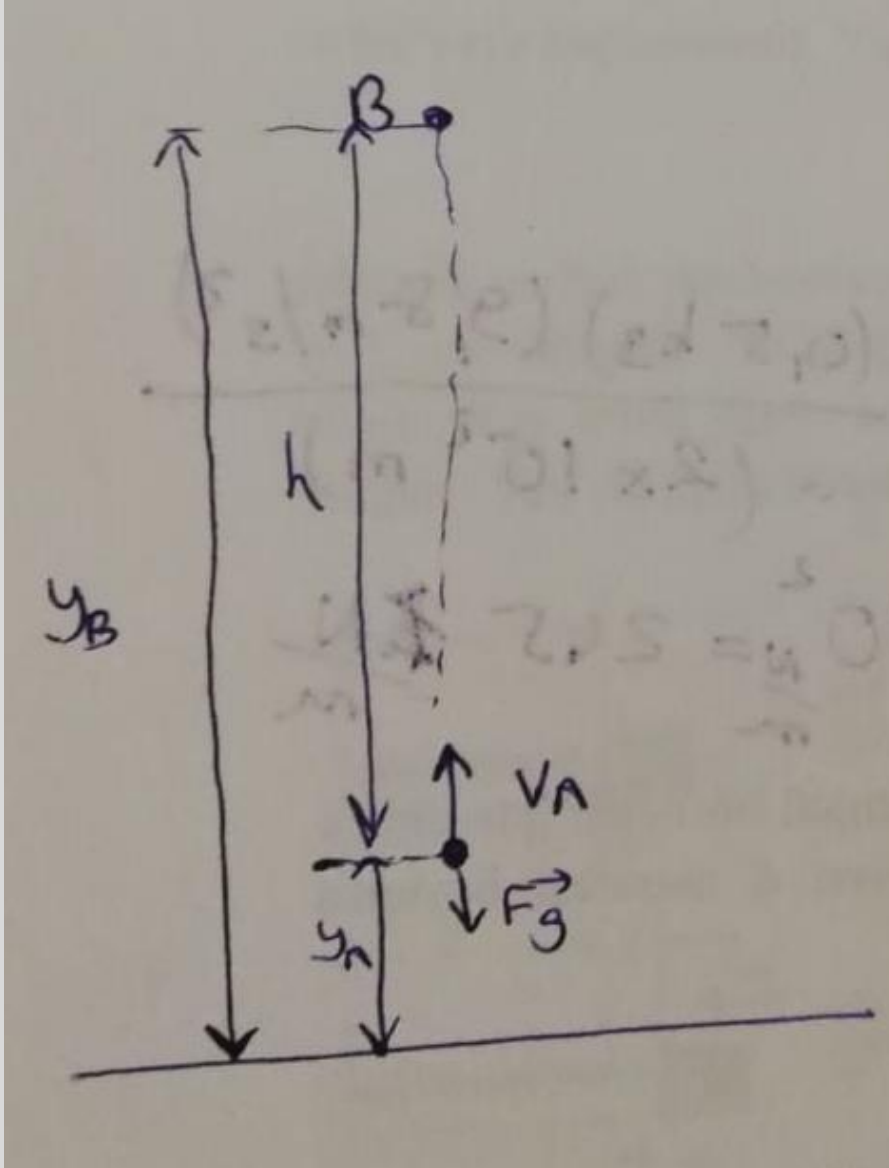
Şeklindedir. Konum değişikliğinin ise $dx = v dt$ olduğu düşünülürse, F kuvvetinin yaptığı iş için

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_i}^{x_s} F dx = \int_{v_i}^{v_s} m \frac{dv}{dt} v dt = \int_{v_i}^{v_s} mv dv \\ &= \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \\ &= K_s - K_i = \Delta K \end{aligned}$$

Elde edilen sonuca göre F kuvveti tarafından yapılan iş, cismin kinetik enerjisindeki değişime eşittir. Bu sonuç “*iş-kinetik enerji teoremi*” olarak bilinir.

$$W = \Delta K$$

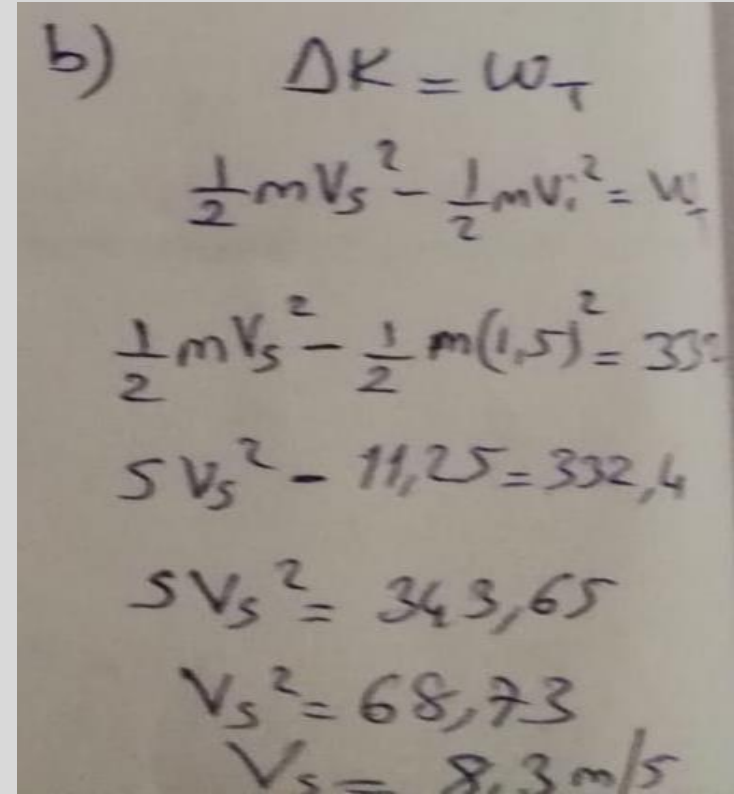
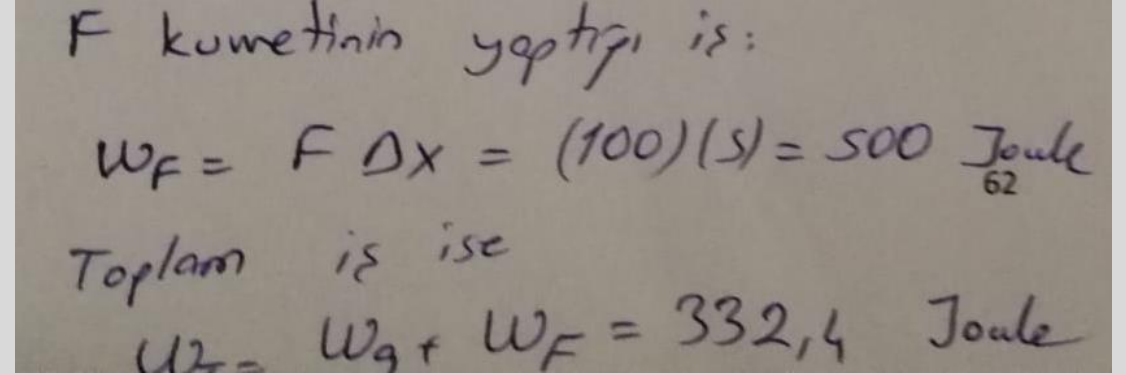
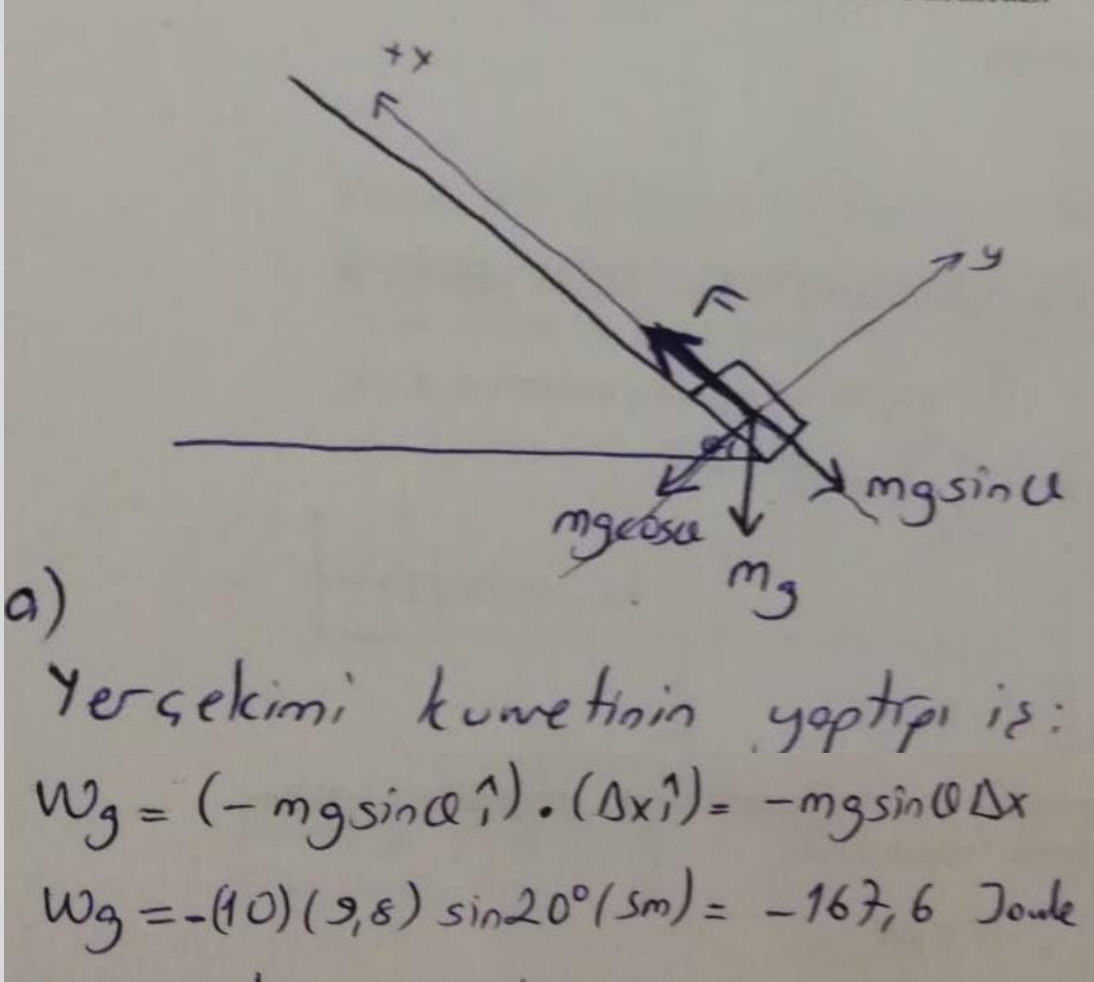
Örnek 7.5: A noktasından V_A ilk hızı ile yukarı doğru fırlatılan bir cisim B noktasına kadar ulaşabiliyor. Cisim A noktasından B noktasına giderken yerçekimi kuvvetinin yapmış olduğu işi hesaplayınız.


$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$
$$= \int_A^B (-mg\hat{j}) \cdot (dy\hat{j})$$
$$= - \int_{y_A}^{y_B} mg dy$$
$$= - mg (y_B - y_A) = - mgh$$

$\Delta K = W$

F_g kuvveti cismin hareket doğrultusuna ters yönde olduğundan negatif iş yapılmıştır.

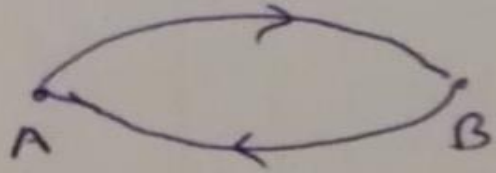
Örnek 7.6: 10 kg kütleli bir sandık 1.5 m/s lik bir hızla, pürüzsüz bir eğik düzlem boyunca 100 N luk F kuvveti ile çekilmektedir. Sandık 5 m lik bir uzaklığa çekilirse yerçekimi kuvvetinin ve F kuvvetinin yaptığı işi hesaplayınız. Sandığın kinetik enerjisindeki değişimi ve 5 m çekildikten sonraki hızını bulunuz.



Örnek 7.8: Aşağıdaki kuvvetlerin “korunumlu kuvvet” olup olmadığını gösteriniz.

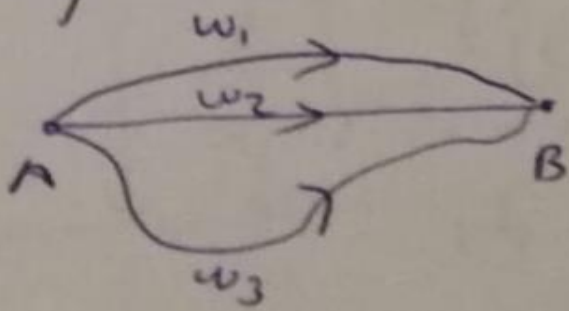
- a) Yerçekimi kuvveti
- b) Sürtünme kuvveti

* Korunumlu bir kuvvet tarafından kapalı bir eğri boyunca yapılan toplam iş sıfırdır.



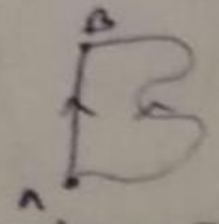
$W_T = 0$ ise korunumlu
 $W_T \neq 0$ " korunumsuz

* Korunumlu kuvvet tarafından yapılan iş alınan yoldan bağımsızdır.



$$W_1 = W_2 = W_3$$

a) Yerçekimi kuvveti korunumludur.



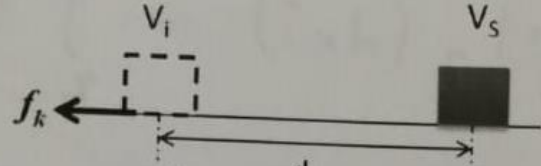
$$W_1 = -mgh$$

$$W_2 = -mgh$$

b) Sürtünme kuvveti yola bağlı olduğu için korunumsuz

7.4. Kinetik Sürtünmeyi İçeren Durumlar:

Yatay pürüzlü bir yüzeyde kayan bir cismin hareketini çözümlenmede, sürtünme kuvvetini göze almanın bir yolu, sürtünmeden dolayı oluşan enerji kaybını belirlemektir.



Sürtünme nedeniyle kaybedilen kinetik enerji

$$\Delta K_{\text{sür}} = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m (v_s^2 - v_i^2)$$

Newton'un 2. yasasına göre

$$-f_k = ma$$

Her iki tarafı d ile çarpalım

$$-f_k d = mad$$

$$-f_k d = \frac{m}{2} (v_s^2 - v_i^2)$$

$$-f_k d = \Delta K_{\text{sür}}$$

Sabit ivmeli hareket denk.

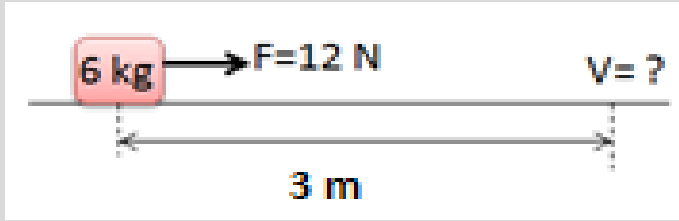
$$v_s^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$ad = \frac{v_s^2 - v_i^2}{2}$$

Sürtünme kuvveti olduğu durumda

$$\sum W_{\text{dış}} - f_k d = \Delta K$$

Örnek 7.9: Başlangıçta durgun olan 6 kg'lık bir blok, 12 N luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay sürtünmesiz bir yüzey boyunca çekilmektedir. Blok 3 m lik uzaklığa gittikten sonra hızını bulunuz.



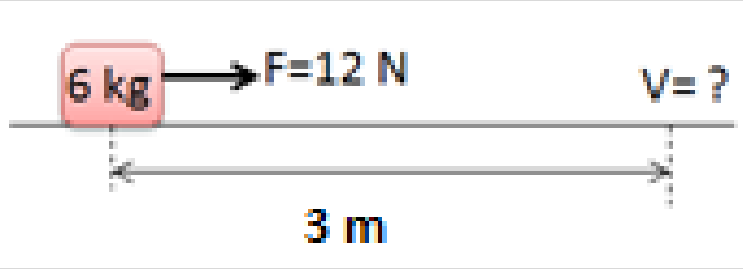
I. yol $F = ma$ $a = \frac{F}{m} = \frac{12}{6} = 2 \text{ m/s}^2$

$$V_s^2 = V_i^2 + 2a\Delta x$$
$$V_s^2 = 2(2)(3) = 12$$
$$V_s = 3,5 \text{ m/s}$$

II. yol F kuvveti tarafından yapılan iş:

$$W = Fd = 12 \cdot 3 = 36 \text{ Joule}$$
$$W = \Delta K$$
$$36 = \frac{1}{2} m V_s^2 - \frac{1}{2} m V_i^2$$
$$36 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot V_s^2$$
$$V_s^2 = \frac{36}{3} = 12$$
$$V_s = 3,5 \text{ m/s}$$

Örnek 7.10: Başlangıçta durgun olan 6 kg'lık bir blok, 12 N luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay bir yüzey boyunca çekilmektedir. Yüzey ile blok arasındaki sürtünme katsayısı 0.15 ise, blok 3 m lik uzaklığa gittikten sonra hızını bulunuz.



$$\sum W_{\text{diğer}} - f_k d = \Delta K$$

$$36 - \mu_k N d = \Delta K$$

$$36 - \mu_k m g d = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \rightarrow 0$$

$$36 - 26,5 = 3 v_s^2$$

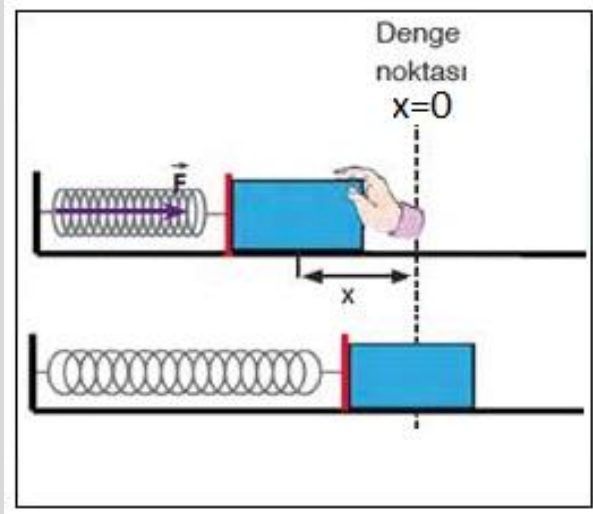
$$(9,5)/(3) = v_s^2$$

$$v_s^2 = 3,18$$

$$v_s = 1,8 \text{ m/s}$$

Örnek 7.11: 1,6 kg kütleli bir blok, şekildeki gibi kuvvet sabiti 10^3 N/m olan bir yaya bağlanmıştır. Yay 2 cm sıkıştırılmıştır.

- a) Yüzey sürtünmesiz olduğuna göre, bloğun $x=0$ konumundan geçerken hızı nedir?
b) 4N luk sabit bir sürtünme kuvveti blok serbest bırakıldığı andan itibaren harekete karşı koyarsa denge konumundan ($x=0$) geçerken bloğun hızı ne olur?



a)

$$W = \int_{-0,02}^0 (-kx) dx = -\frac{kx^2}{2} \Big|_{-0,02}^0 = \frac{1}{2}k(-0,02)^2 = 0,2 \text{ Joule}$$
$$W = \Delta K$$
$$0,2 = \frac{1}{2}mV_s^2 - \frac{1}{2}mV_i^2 \rightarrow 0$$
$$0,2 = \frac{1}{2}(1,6)V_s^2$$
$$V_s^2 = \frac{0,4}{1,6} = 0,25 \quad V_s = 0,5 \text{ m/s}$$

b)

$\sum W_{\text{diğer}} - f_k d = \Delta K$

Yay kuvvetinin yaptığı iş

$$0,2 - (4N)(0,02m) = \frac{1}{2}mV_s^2 - \frac{1}{2}mV_i^2 \rightarrow 0$$

8. POTANSİYEL ENERJİ VE ENERJİNİN KORUNUMU

8.1 Potansiyel Enerji:

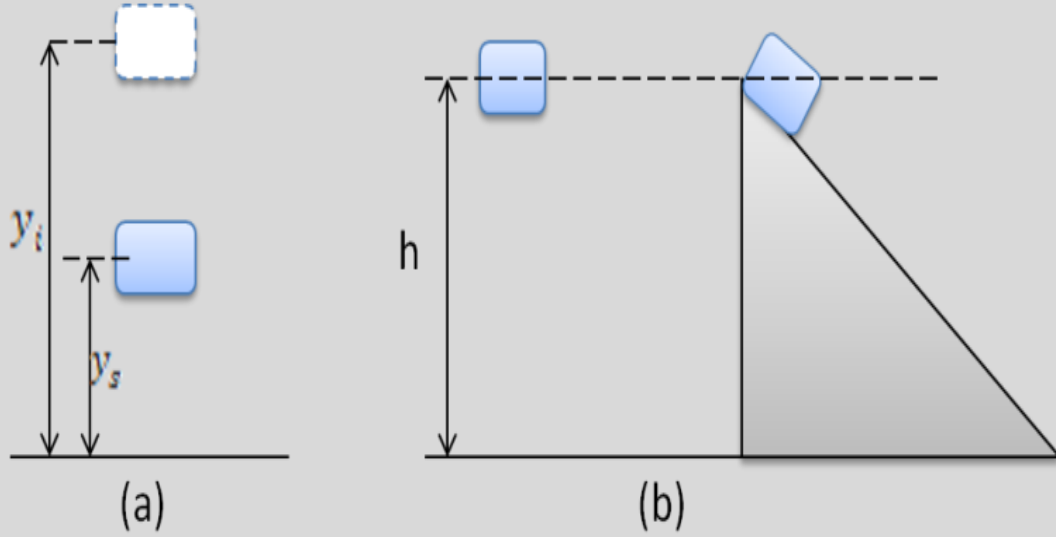
Birbiri ile etkileşim halinde olan parçacıklardan oluşan bir sistemin, bu parçacıklar arasındaki etkileşim kuvvetlerinden kaynaklanan ve bu parçacıkların birbirlerine göre konumlarına bağlı olarak değişen enerjiye “*potansiyel enerji*” adı verilir. Birimi Joule olan potansiyel enerji U harfi ile temsil edilecektir. Bu ders kapsamında iki farklı potansiyel enerjiden bahsedeceğiz.

Kütle-Çekim Potansiyel Enerjisi

Bir cismin seçilen bir referans sistemine göre bulunduğu yükseklikten ötürü sahip olduğu enerjiye “*kütle çekim potansiyel enerjisi*” denir. Başka bir deyişle, dünyanın yerçekiminden dolayı cismin kazanmış olduğu enerjidir. Kütle çekim potansiyel enerjisi cismin yüksekliği ve kütle çekim kuvvetinin çarpına eşittir.

$$U_g = mgy$$

Örneğin; herhangi bir yükseklikten aşağıya doğru serbest düşen bir cismi düşünelim. Cisim aşağıya doğru düşerken, cisim üzerinde aşağıya doğru bir çekim kuvveti (F_g) etkili olacaktır. Bundan önceki kısımda öğrendiğimiz iş ve kinetik enerji kavramlarını hatırlayacak olursak, cismin hareketi ile aynı yönde etkili olan F_g cisim üzerinde **pozitif bir iş** yapacaktır. Ayrıca, hava sürtünmesi ihmal edilecek olursa, yapılan toplam iş kinetik enerji değişimine eşit olmalıdır. Bu durumda, kinetik enerji değişimi de pozitif olmalı ve cismin **kinetik enerjisi aşağıya doğru indikçe artmalıdır**. Yere doğru düşen cismin hızının giderek artmasının nedeni bu şekilde açıklanabilir.



Kütle çekim kuvvetinin bir cisim üzerinde yaptığı işi hesaplamaya çalışalım:

$$\begin{aligned}
 W &= \vec{F}_g \cdot \vec{\Delta y} = (-mg)\hat{j} \cdot (y_s - y_i)\hat{j} \\
 &= -mg(y_s - y_i) \\
 &= -(mgy_s - mgy_i) \\
 &= -\Delta U
 \end{aligned}$$

Elde edilen sonuca göre kütle çekim kuvvetinin yaptığı iş cismin **potansiyel enerjisindeki değişimin negatifine** eşittir. Kütle çekim kuvvetinin yaptığı iş düşey doğrultudaki hareket ile ilişkilidir. Yatay doğrultudaki hareket sonucunda çekim kuvveti iş yapmaz. Şekil (b) de verilen örnekteki gibi cisim serbest olarak yere düştüğünde ya da eğik düzlem üzerinde yol alarak yere indiğinde de çekim kuvvetinin yaptığı iş aynı olacaktır.

Esneklik Potansiyel Enerjisi:

Esnek cisimlerde şekil değişikliği oluşturulması sonrasında depolanan enerjiye “**esneklik potansiyel enerjisi**” denir. Bunun en güzel örneği, sarmal bir yayın denge konumuna göre sıkıştırılması ya da gerilmesi durumunda yayda depolanan enerjidir. Budan önceki kısımda gerilen ya da sıkıştırılan bir yayda geri çağırıcı nitelikte olan yay kuvvetinin oluştuğunu öğrenmiştik. Hooke kanununa göre yay kuvveti denge konumundan uzaklığa bağlı olarak değişmektedir.

$$\vec{F}_{yay} = -k\vec{x}$$

Şekilde verilen denge konumuna göre x kadar sıkıştırılmış bir yay düşünelim. Yay serbest bırakılsın ve yay ucuna yerleştirilmiş olan blok yay ile birlikte $+x$ doğrultusunda hareket etsin. Bu hareket sırasında yay kuvveti tarafından blok üzerinde yapılan iş

$$\begin{aligned} W_{yay} &= \int_{x_i=-x}^{x_s=0} F_{yay} dx = \int_{x_i=-x}^{x_s=0} -kx dx \\ &= -\frac{1}{2}k x^2 \Big|_{x_i=-x}^{x_s=0} \\ &= -0 + \frac{1}{2}k x^2 \end{aligned}$$

Yay kuvveti tarafından yapılan iş yay üzerinde depolanan esneklik potansiyel enerjisindeki değişimin negatifine eşit olacaktır.

$$\Delta U_{yay} = U_{yay,s} - U_{yay,i} = -\frac{1}{2}k x^2 \quad (*)$$

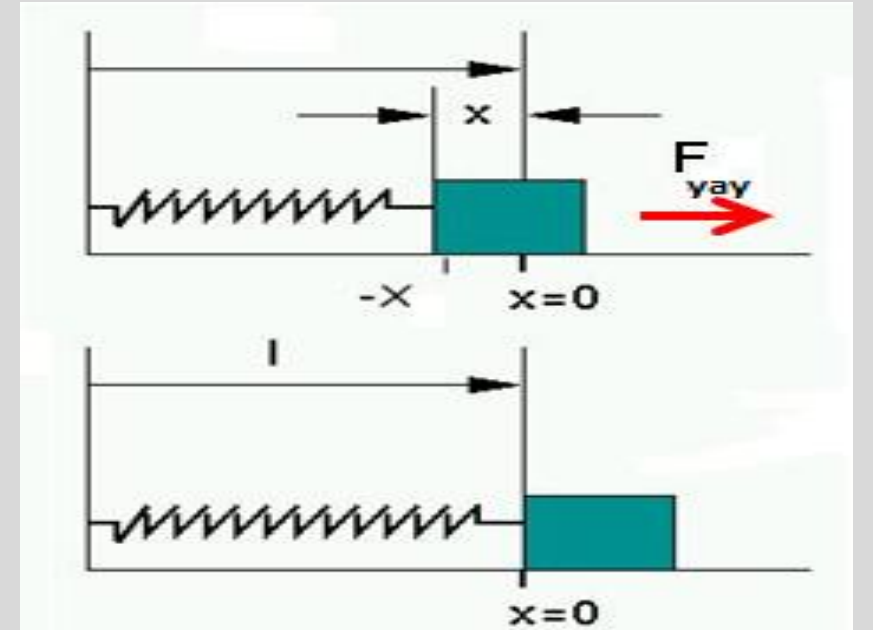
Son durumda yani yay denge konumuna ulaştığında üzerinde depolanan enerjinin tamamı sıfırlanacaktır. Bu durumda $U_{yay,s} = 0$ olacaktır. Yukarıda verilen iş ve potansiyel enerji değişimi (*) denklemine göre ise yayın sıkışmış olduğu ilk durumdaki potansiyel enerjisi ise

$$U_{yay,i} = \frac{1}{2}k x^2$$

olacaktır. Elde edilen bu sonuca göre denge konumundan x kadar sıkıştırılan bir yayda depolanan enerji yani esneklik potansiyel enerjisi

$$U_{yay} = \frac{1}{2}k x^2$$

olarak tanımlanabilir.



8.2. Mekanik Enerjinin Korunumu

Bir sistemin mekanik enerjisi kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlanır.

$$E = K + U$$

Bir sistemde enerji kaybına neden olacak herhangi bir etki (sürtünme kuvveti gibi) yok ise enerjinin korunumu ilkesine göre sistemin mekanik enerjisi korunur yani sabit kalır.

$$E_i = E_s$$

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

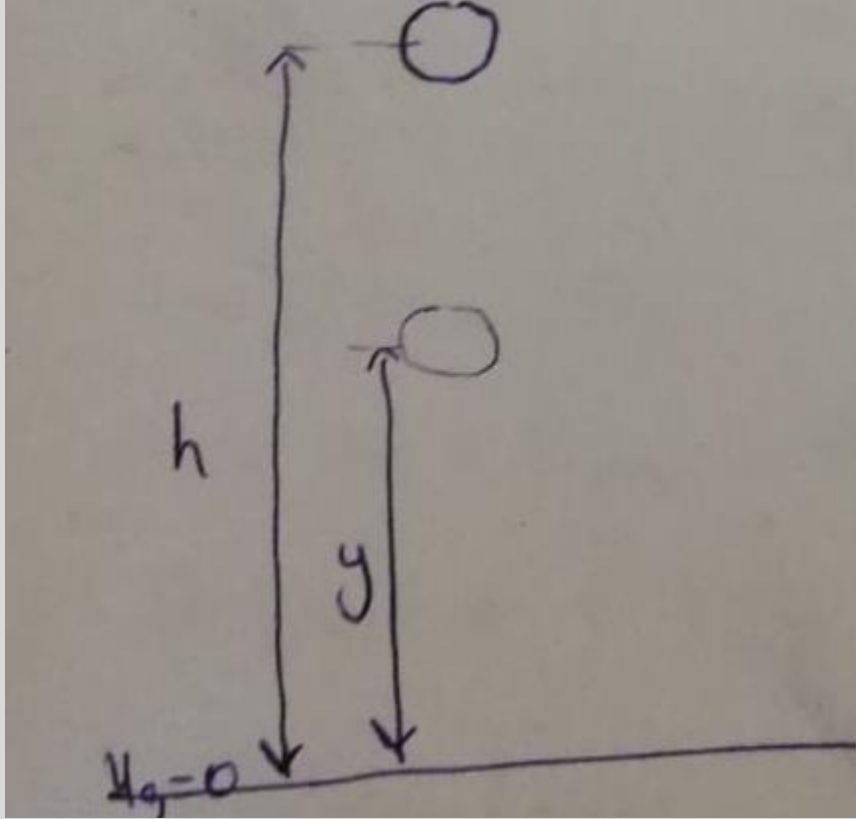
Burada dikkat edilmesi gereken nokta, sadece korunumlu kuvvetler yolu ile etkileşen yalıtılmış cisimler sisteminde enerjinin korunumu ilkesi geçerlidir.

$$W = \Delta K = -\Delta U$$
$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta(E) = 0$$
$$\Delta \bar{E} = 0$$

$$(E_i = E_s)$$

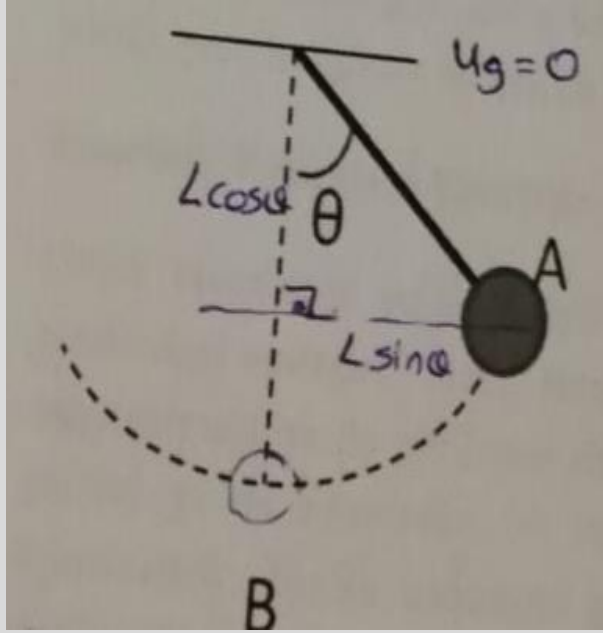
Örnek 8.1: Şekilde verilen m kütleli top h kadar yükseklikten serbest bırakılmıştır. Topun yerden y kadar yüksekte iken ($y < h$) hızını bulunuz.



The diagram shows a ball at the top of a vertical line of length h . A second ball is shown at a lower height y from the ground. The ground is labeled $U_g = 0$.

$$U_i = mgh$$
$$K_i = 0$$
$$U_s = mgy$$
$$K_s = \frac{1}{2} m V^2$$
$$E_i = E_s$$
$$K_i + U_i = K_s + U_s$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2} m V^2 + mgy$$
$$V^2 = 2g(h-y)$$
$$V = \sqrt{2g(h-y)}$$

Örnek 8.2: Bir sarkaç şeklindeki gibi L uzunluklu hafif ipe bağlı m kütleli bir küreden oluşmaktadır. İp düşeyle θ_A açısı yaptığında, küre durgun olarak bırakılıyor. Küre en alt nokta olan B noktasına geldiğinde hızını bulunuz.



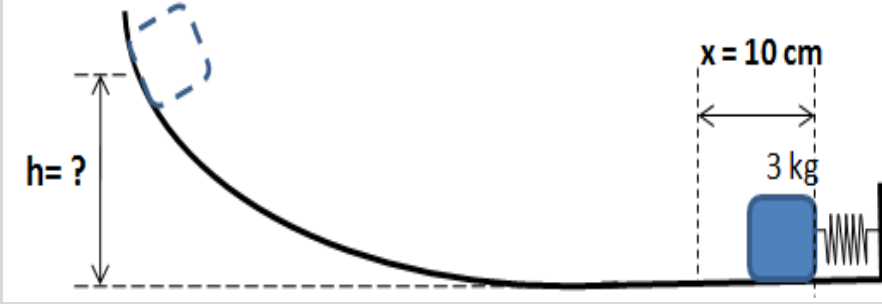
$$U_i = -mgl \cos \theta$$
$$K_i = 0$$

$$U_s = -mgL$$
$$K_s = \frac{1}{2} mV^2$$

$$E_i = E_s$$
$$K_i + U_i = K_s + U_s$$
$$0 - mgl \cos \theta = \frac{1}{2} mV^2 - mgL$$

$$gL(1 - \cos \theta) = \frac{V^2}{2}$$
$$V^2 = 2gL(1 - \cos \theta)$$
$$V = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$$

Örnek 8.3: 3 kg kütleli bir blok yatay bir yaya karşı itiliyor ve yayın denge konumuna göre 10 cm sıkışması sağlanıyor. Yay sabiti 1000 N/m'dir. Yay serbest bırakıldığında blok, düşey dairesel ve sürtünmesiz bir raya doğru hareket etmeye başlıyor. Bloğun ray üzerinde çıkabileceği maksimum h yüksekliğini bulunuz.



$$U_{g_i} = 0$$
$$U_{yay_i} = \frac{1}{2} k x^2$$
$$K_i = 0$$

$$U_{g_s} = mgh$$
$$U_{yay_s} = 0$$
$$K_s = 0$$

$$E_i = E_s$$

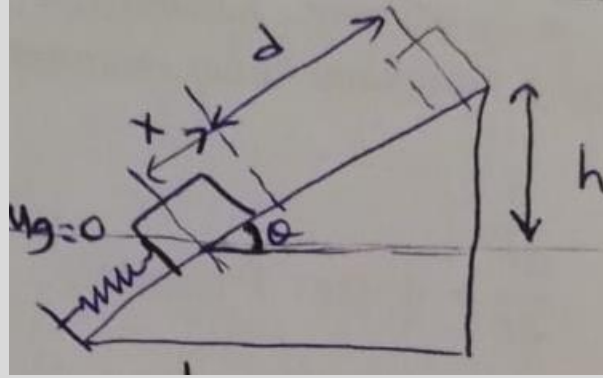
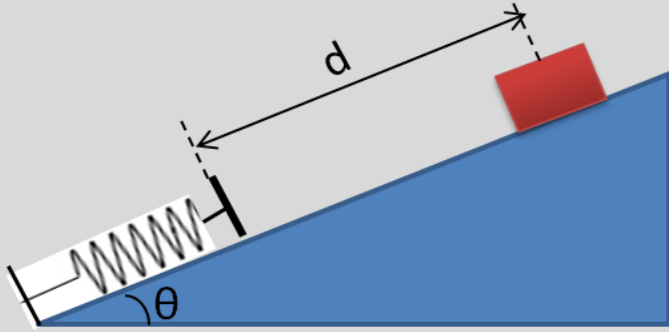
$$K_i + U_{g_i} + U_{yay_i} = K_s + U_{g_s} + U_{yay_s}$$

$$0 + 0 + \frac{1}{2} k x^2 = 0 + mgh + 0$$

$$\frac{1}{2} k x^2 = mgh$$

$$h = \frac{k x^2}{2mg} = 0,17 \text{ m}$$

Örnek 8.5: Bir m kütlesi θ açılı sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde durgun halden başlayarak bir d uzaklığına kayıyor. Kayarken, şekilde gösterilen kütlesi ihmal edilebilir zorlanmamış bir yaya çarpıyor. Kütle, kuvvet sabiti k olan yayın sıkışmasıyla bir anlık durduruluncaya kadar ek bir x uzaklığı kadar kayıyor. Kütle ile yay arasındaki ilk d uzaklığını bulunuz.



Bloğun aldığı toplam yol: $(d+x)$
Bloğun yüksekliğindeki düşey mesafe $h = (d+x) \sin \theta$

$$U_{g_i} = mgh$$
$$K_i = 0$$
$$U_{yay_i} = 0$$

$$U_{g_s} = 0$$
$$K_s = 0$$
$$U_{yay_s} = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_i = E_s$$
$$K_i + U_{g_i} + U_{yay_i} = K_s + U_{g_s} + U_{yay_s}$$
$$0 + mgh + 0 = 0 + 0 + \frac{1}{2} k x^2$$
$$mg(d+x) \sin \theta = \frac{1}{2} k x^2$$

$$d = 0,34 \text{ m}$$

8.3. Kinetik Sürtünme Olması Durumunda Enerji Korunumu Yasası:

Sürtünme kuvveti gibi *korunumlu olmayan* bir kuvvetin herhangi bir cisim üzerinde etkili olduğu durumlarda cismin sahip olduğu enerjinin bir kısmı sürtünme nedeniyle kaybedilecektir. Kinetik sürtünmeyi içeren durumlarda iş ve kinetik enerji teoreminin aşağıdaki gibi kullanılması gerektiği ifade edilmişti.

$$\sum_{\text{Diğer}} W - f_k d = \Delta K$$

Diğer kuvvetler tarafından yapılan toplam iş miktarı cismin potansiyel enerjisindeki değişimin negatifine eşittir. Bu durumda iş enerji teoremi için

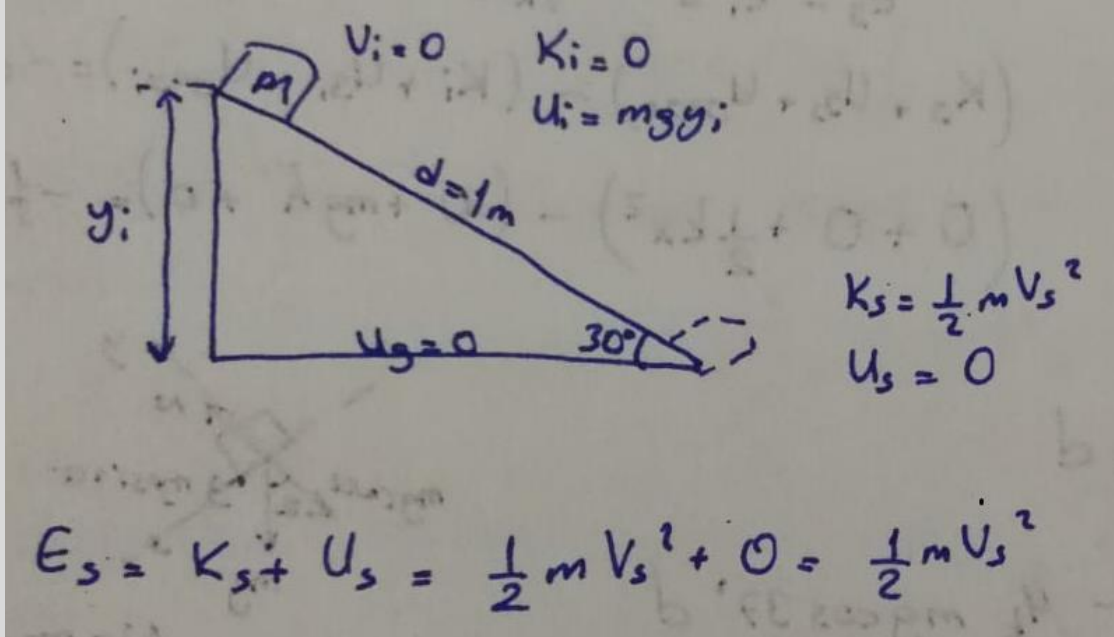
$$-\Delta U - f_k d = \Delta K$$

$$\Delta K + \Delta U = -f_k d$$

$$\Delta E = -f_k d$$

yazılabilir. Sürtünme ile kaybedilen enerjiden dolayı sistemin toplam mekanik enerjisindeki değişim sıfırdan farklı olacaktır. Mekanik enerji değişimi sürtünme nedeniyle kaybedilen enerjiye ya da sürtünme kuvveti tarafından yapılan iş miktarına eşittir.

Örnek 8.6. 3 kg lık bir sandık eğik düzlemden aşağı doğru kaymaktadır. Eğik düzlem 1 m uzunluğunda ve 30° eğimdedir. Sandık durgun halden tepe noktasından harekete başlıyor ve 5 N büyüklüğünde sabit bir sürtünme kuvveti etkisi altında kalıyor. Eğik düzlemin tabanında sandığın hızı nedir?

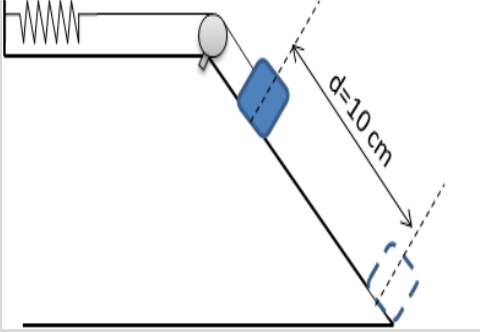


$$y_i = d \sin 30^\circ = 0,5 \text{ m}$$
$$E_i = K_i + U_i$$
$$= 0 + mgy_i$$
$$= 14,7 \text{ Joule}$$

$$\Delta E = -f_k d$$
$$E_s - E_i = -f_k d$$
$$\frac{1}{2} m v_s^2 - 14,7 = -(5 \text{ N})(1 \text{ m})$$
$$\frac{1}{2} m v_s^2 = 9,7 \text{ Joule}$$

$$v_s = 2,54 \text{ m/s}$$

Örnek 8.8: Sürtünmeli bir eğik düzlemde bulunan 2 kg lık bir blok kütlesi ihmal edilen 100 N/m lik bir yaya şekildeki gibi bağlanmıştır. Yay serbest halde iken blok ilk hızsız olarak bırakılıyor. Blok durana kadar eğik düzlem yüzeyinde aşağıya doğru 10 cm hareket ediyorsa, blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k nedir?



$h = d \sin 37^\circ$
 $U_g = 0$
 $d = 10 \text{ cm}$
 37°

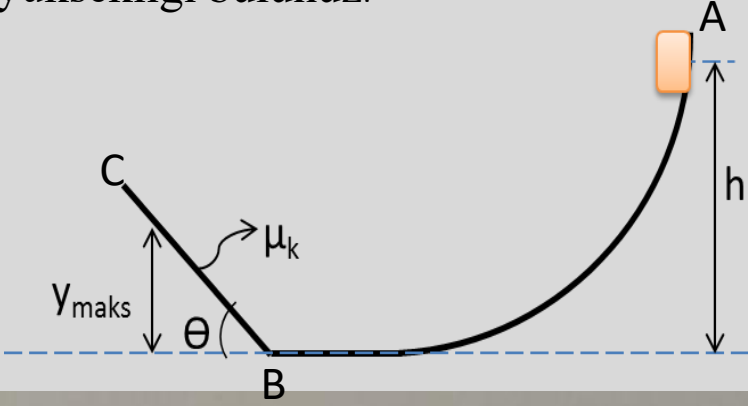
$\Delta E = -f_k d$
 $E_s - E_i = -f_k d$
 $(K_s + U_{gs} + U_{yays}) - (K_i + U_{si} + U_{yoyi}) = -f_k d$
 $(0 + 0 + \frac{1}{2} k x^2) - (0 + mgh + 0) = -f_k d$

$x = d$
 $\frac{1}{2} k x^2 - mgh = -f_k d$
 $\frac{1}{2} k d^2 - mgd \sin 37^\circ = -\mu_k mg \cos 37^\circ d$

$\frac{1}{2} 100 (0,2)^2 - (2 \text{ kg})(9,8)(0,2) \sin 37^\circ = -\mu_k (2 \text{ kg})(9,8) \cos 37^\circ (0,2)$
 $2 - 2,36 = -\mu_k 3,13$
 $\mu_k = \frac{0,36}{3,13} = 0,12$

$N = mg \cos 37^\circ$

Örnek 8.9: Bir blok şekildeki gibi eğrisel sürtünmesiz bir raydan aşağıya doğru kayıp sonra eğik düzlemde yukarı doğru çıkıyor. Blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k ' dir. Bloğun eğik düzlem üzerinde ulaşacağı maksimum yüksekliği bulunuz.



A \rightarrow B Enerji korunur.
 $mgh = \frac{1}{2} m v^2$
 $v = \sqrt{2gh}$

B \rightarrow C Eğik düzlemde sürtünme vardır. Enerji korunmaz!!

$$\Delta E = - f_k d$$

$$E_C - E_B = - f_k d$$

$$mgy_{\text{maks}} - \frac{1}{2} m v_B^2 = - \mu_k mg \cos \theta d$$

$$mgy_{\text{maks}} - \frac{1}{2} m 2gh = - \mu_k mg \cos \theta d$$

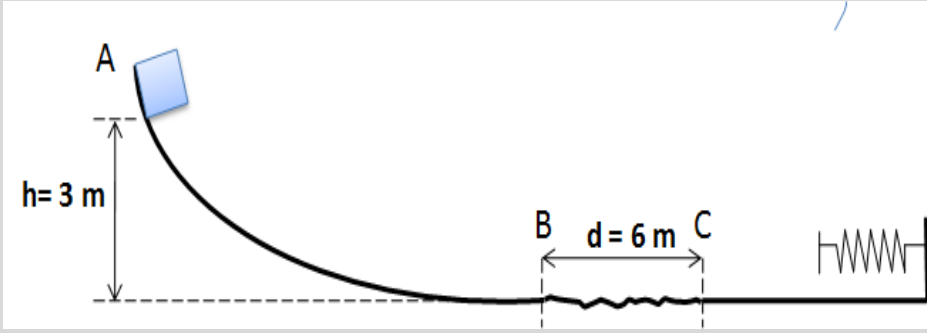
$$y_{\text{maks}} - h = - \mu_k \cos \theta \frac{y_{\text{maks}}}{\sin \theta}$$

$$y_{\text{maks}} + \mu_k \cot \theta y_{\text{maks}} = h$$

$$y_{\text{maks}} (1 + \mu_k \cot \theta) = h$$

$$y_{\text{maks}} = \frac{h}{(1 + \mu_k \cot \theta)}$$

Örnek 8.10: 10 kg lık bir blok A noktasından bırakılıyor. Ray 6 m uzunluğundaki B ve C kısmı dışında sürtünmesizdir. Blok raydan kayıp yay sabiti 2000 N/m olan bir yaya çarpar ve onu denge konumundan 0.3 m sıkıştırarak bir an durur. B ve C kısmı ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.



$$\Delta E = -f_k d$$
$$E_s - E_i = -f_k d$$
$$\frac{1}{2} kx^2 - mgh = -f_k d$$
$$\frac{1}{2} (2000) (0,3)^2 - (10 \text{ kg}) (9,8) (3 \text{ m}) = -\mu_k (10 \text{ kg}) (9,8) (6 \text{ m})$$
$$90 - 294 = -\mu_k 588$$
$$\mu_k = \frac{204}{588} = 0,35$$

