FİZİK

3.HAFTA

3. TEK BOYUTTA HAREKET

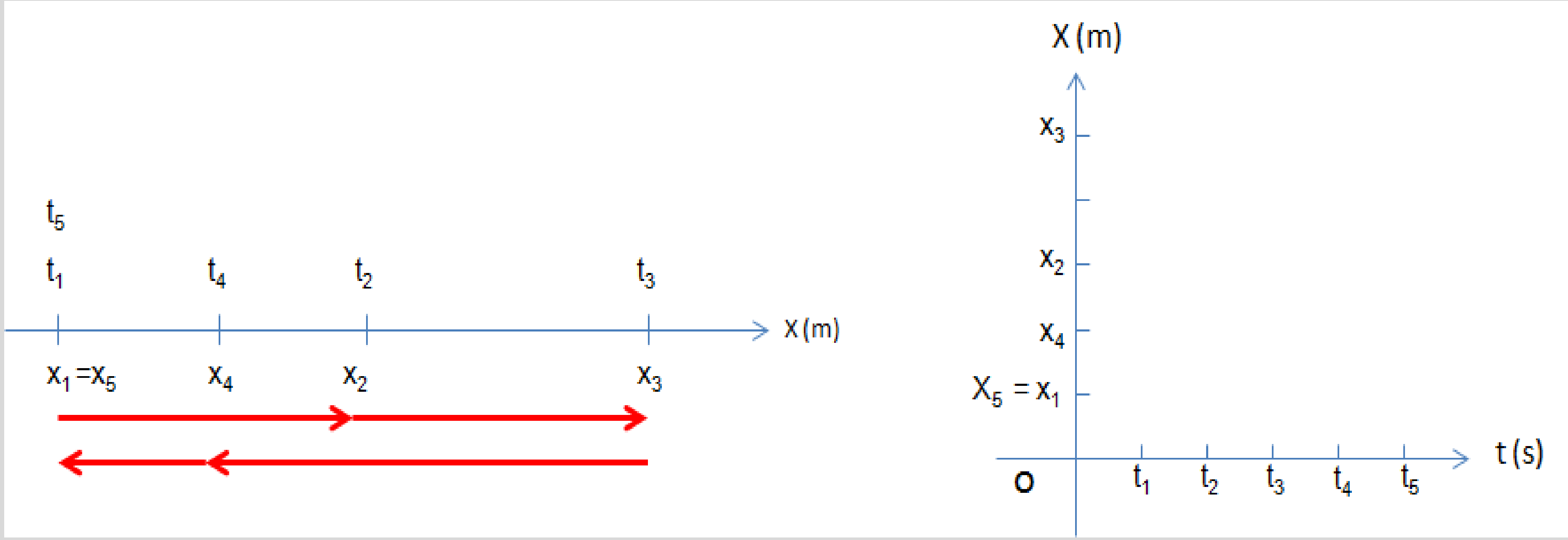
Klasik mekaniğin ilk bölümünde, cisimlerin hareketi nedeni sorgulanmaksızın uzaya ve zamana bağlı olarak incelenir. Klasik mekaniğin bu kısmına kinematik adı verilir. Bir parçacığın hareketini analiz etmeden önce yerdeğiştirme, hız, sürat ve ivme gibi kavramlar üzerinde duralım.

3.1. Yerdeğiştirme

Herhangi bir parçacığın konumundaki değişim, “yerdeğiştirme” olarak tanımlanır. Başka bir değişle, parçacığın son konumu ve ilk konumu arasındaki farktır.

$$\Delta\vec{\boldsymbol{x}} = \overrightarrow{\boldsymbol{x}_s} - \overrightarrow{\boldsymbol{x}_i}$$

Burada dikkat edilmesi gereken önemli bir husus ise ***parçacığın aldığı yol*** ile ***yerdeğiştirme*** kavramalarının birbirine karıştırılmamasıdır. Örneğin; t_1 anında x_1 konumunda olan bir parçacığı ele alalım. Parçacık öncelikle sağa doğru +x yönünde ilerlemiş ve t_2 anında x_2 konumuna ulaşmıştır. Aynı yönde ilerlemeye devam eden parçacık t_3 anında x_3 konumundadır. Daha sonra parçacık yön değiştirmiş ve –x yönünde hareket etmeye başlamıştır. t_4 anında x_4 konumuna ulaşan parçacık, ilerlemeye devam ederek t_5 anında harekete başladığı ilk noktaya geri dönmüştür. Aşağıda bu parçacığın hareketine ait konum zaman grafiği verilmiştir.



Parçacığın t_1-t_5 zaman aralığında yer değiştirmesi:

Parçacığın t_1-t_5 zaman aralığında aldığı yol:

3.2. Ortalama Hız, Ani Hız ve Sürat

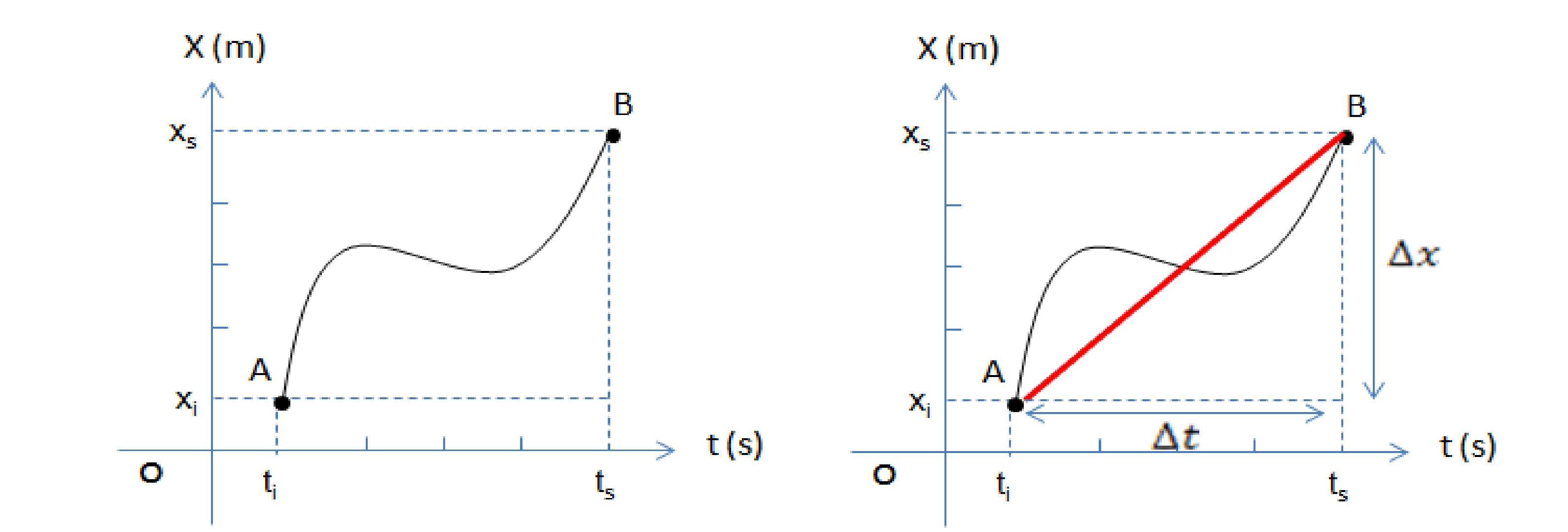
Herhangi bir t_1 anı ile t_2 anı arasında, bir parçacığın x_1 konumundan x_2 konumuna hareket ettiğini düşünelim. Parçacığın yerdeğiştirme miktarı olan Δx'in, bu yerdeğiştirmenin gerçekleştiği zaman aralığı olan Δt'ye oranı ise ***"ortalama hız"*** olarak tanımlanır. Bir önceki kısımda t_1-t_5 zaman aralığında hareket eden parçacığın aşağıda belirtilen zaman aralıklarında ki ortalama hızını hesaplamaya çalışalım.

$$t_1 \rightarrow t_2 \,; \qquad \bar{V}_{t_1 \rightarrow t_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} > 0$$

$$t_1 \rightarrow t_5 \,; \qquad \bar{V}_{t_1 \rightarrow t_5} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_1}{t_5 - t_1} = 0$$

$$t_2 \rightarrow t_4 \,; \qquad \bar{V}_{t_1 \rightarrow t_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_4 - x_2}{t_4 - t_2} < 0$$

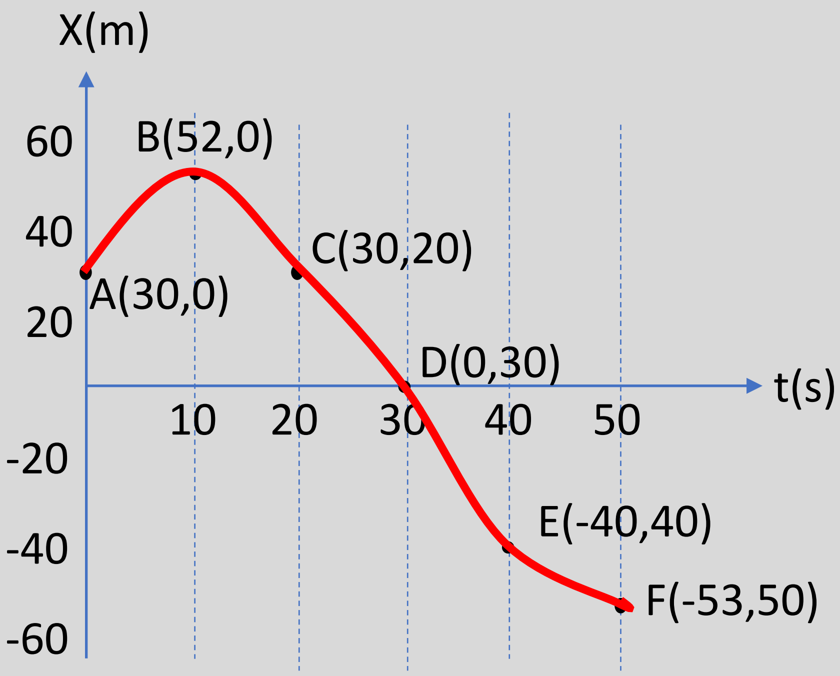
Aynı zamanda ortalama hız konum-zaman grafiğindeki herhangi iki nokta arasında bir doğru çizerek geometrik olarak da yorumlanır. Bu doğrunun eğimi bize ortalama hızı verir. Aşağıda verilen konum-zaman grafiğinde, A ve B noktaları arasındaki ortalama hızı hesaplamak için bu noktalardan geçecek şekilde bir doğru çizilir. Doğrunun eğimi $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ bu zaman aralığındaki ortalama hıza eşit olur.



Günlük hayatta hız ve sürat kelimeleri aynı anlamda kullanılır. Oysa fizikte bu iki kelime birbirinden tamamen faklıdır. ***Ortalama sürat***, hareket boyunca alınan toplam yolun geçen toplam zamana oranıdır.

$$Ortalama\ Sürat = \frac{Toplam\ alınan\ yol}{Toplam\ geçen\ zaman}$$

Örnek 3.1: Bir arabanın hareketine ilişkin konum-zaman grafiği şekilde verilmiştir. Bu hareket için A ve F noktaları arasındaki yer değiştirmeyi, ortalama hız ve ortalama sürati hesaplayınız.



Yer değiştirme: $\Delta x = x_F - x_A = -53 - 30 = -83\ m$

Ortalama Hız: $V_{Ort} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{-83}{50} = -1.7\ m/s$

Ortalama Sürat: $V = \dfrac{22 + 52 + 53}{50} = 2.6\ m/s$

Bir parçacığın hızını sadece belli zaman aralığı içinde değil, herhangi bir t anında bilmek isteyebiliriz. Böyle bir durumda ***"ani hız"*** ifadesini kullanırız. Ani hız, $^{\Delta x}/_{\Delta t}$ oranının Δt sıfıra yaklaşırken aldığı limit değerine eşittir.

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

NOT: Türev konusunu hatırlayalım…

$$x = At^n$$

$$\frac{dx}{dt} = nAt^{n-1}$$

Örnek: $x = 3t^2$

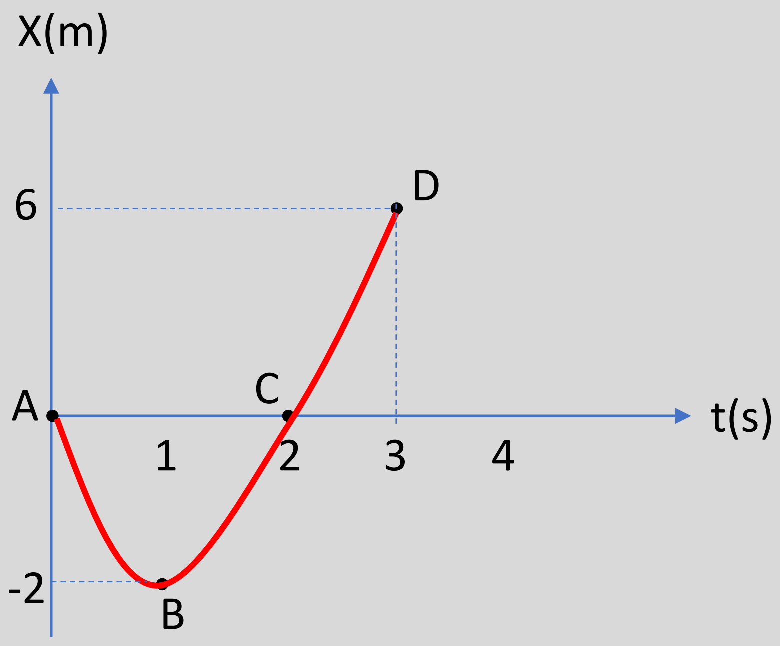
$$\frac{dx}{dt} =$$

Ani sürat ise bir parçacığın ani hız vektörünün büyüklüğü olarak tanımlanır.

Örnek 3.2: Bir parçacığın konum-zaman grafiği $x(t) = -4t + 2t^2$ fonksiyonu ile verilmektedir.

a) t=0 ile t=1s ve t=1s ile t=3s arasındaki yer değiştirmeyi ve ortalama hızı bulunuz.

b) t=2,5 s'deki ani hızını hesaplayınız.



$$x(t) = -4t + 2t^2$$

$$x(t=0) = -4t + 2t^2 = 0$$

$$x(t=1\ s) = -4t + 2t^2 = -2\ m$$

$$x(t=2\ s) = -4t + 2t^2 = 0\ m$$

$$x(t=3\ s) = -4t + 2t^2 = 6\ m$$

b) $t = 2.5\ s$ deki ani hızı

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-4t + 2t^2)$$

$$V(t) = -4 + 4t$$

$$V(t) = -4 + 4(2.5) = 6\ m/s$$

a) $A \rightarrow B$ $\quad \Delta X = X_B - X_A = -2 - 0 = -2\ m$

$$V_{Ort} = \frac{X_B - X_A}{\Delta t} = \frac{-2}{1} = -2\ m/s$$

B$\rightarrow D$ $\quad \Delta X = X_D - X_B = 6 - (-2) = 8\ m$

$$V_{Ort} = \frac{X_D - X_B}{\Delta t} = \frac{8}{2} = 4\ m/s$$

3.3. İvme

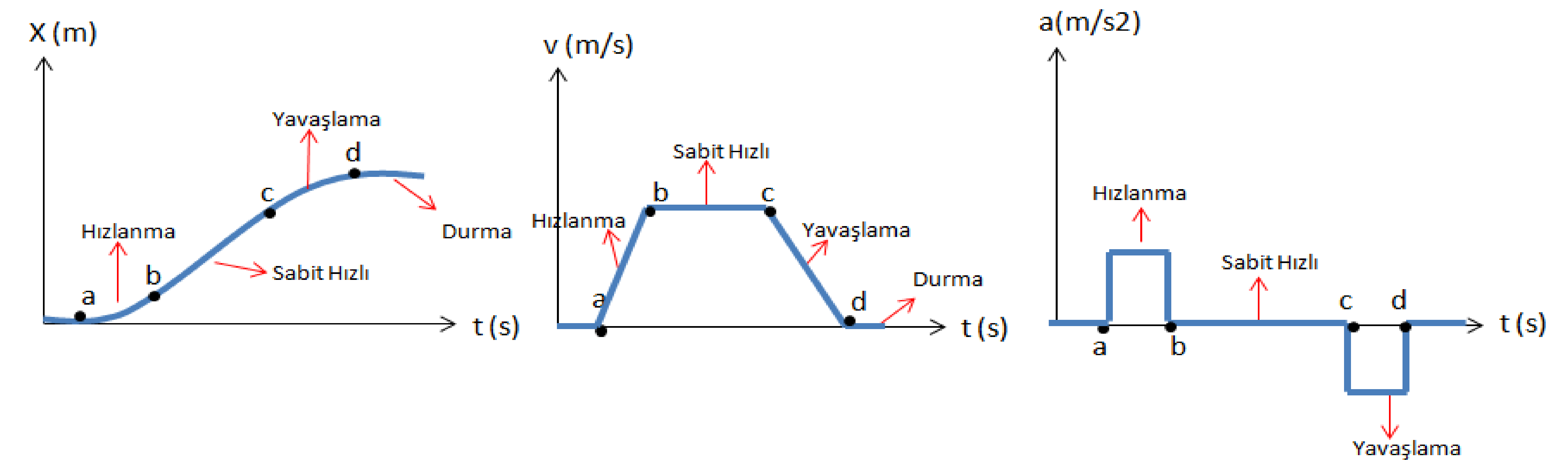
Bir parçacığın hızı zamana göre değişiyorsa, parçacık ***"ivmeli hareket ediyor"*** demektir. Bir parçacığın belli bir Δt zaman aralığındaki ***ortalama ivmesi***, parçacığın hızındaki değişimin bu zaman aralığına oranı olarak tanımlanır.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Bir parçacığın ***ani ivmesi*** ise ${}^{\Delta v}/_{\Delta t}$ oranının Δt sıfıra yaklaşırken aldığı limit değerine eşittir.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Bir parçacığın konum-zaman grafiğinin eğiminin parçacığın hızı hakkında bilgi verdiğini daha önce belirtmiştik. Konum-zaman grafikleri kullanılarak hız-zaman ve ivme-zaman grafikleri de elde edilebilir. Aşağıdaki şekilde durgun halden hızlanarak harekete başlayan, bir süre sabit hızla ilerledikten sonra yavaşlayarak tekrar duran bir parçacığa ait grafikler verilmiştir.



Tek boyutta hareket eden bir cismin hız ve ivme vektörlerinin yönleri için şunlar söylenebilir:

- Hız ve ivme aynı yönde ise cismin hızı artıyordur.
- Hız ve ivme ters yönde ise cismin hızı azalıyordur.

Örnek 3.5: x ekseni boyunca hareket eden bir cismin hızı $v(t) = 40 - 5t^2$ m/s olarak veriliyor. Cismin $0 \leq t \leq 2s$ aralığındaki ortalama ivmesini ve t=2 s deki ani ivmesini hesaplayınız.

$0 \leq t \leq 2\ s$

$$\boldsymbol{a_{ort}} = \frac{V(t = 2\ s) - V(t = 0)}{2 - 0} = \frac{20 - 40}{2} = -10\ m/s$$

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(40 - 5t^2) = -10t\ m/s^2$$

$$a = -20\ \mathrm{m}/s^2$$

3.4. Sabit İvmeli Hareket

İvme sabit olduğunda, ortalama ivme ani ivmeye eşit olur. Yani hız hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar veya azalır. Ortalama ivme tanımı kullanılarak, bir cismin herhangi bir andaki hızı kolayca hesaplanabilir. $t_s = t$ ve $t_i = 0$ olarak alınırsa

$$\bar{a} = a_x = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t_s - t_i} = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t}$$

Yukarıdaki denklem biraz düzenlenirse, herhangi bir t anındaki hız için

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t$$

yazılabilir.

1

$$\boxed{V_s = V_i + at}$$

$$V_{Ort} = \frac{V_i + V_s}{2} \quad (Sabit\ ivme\ için\ geçerlidir.)$$

$$x_s - x_i = V_{Ort}t = \left(\frac{V_i + V_s}{2}\right)t$$

$$x_s - x_i = \left(\frac{V_i + (v_i + at)}{2}\right)t$$

2

$$\boxed{x_s = x_i + V_i t + \frac{1}{2}at^2}$$

$$V_s = V_i + at \longrightarrow t = \frac{V_s - V_i}{a}$$

$$x_s - x_i = V_{Ort}t = \left(\frac{V_i + V_s}{2}\right)t$$

$$x_s = x_i + \left(\frac{V_i + V_s}{2}\right)\left(\frac{V_s - V_i}{a}\right)$$

$$x_s = x_i + \left(\frac{V_s^2 - V_i^2}{2a}\right)$$

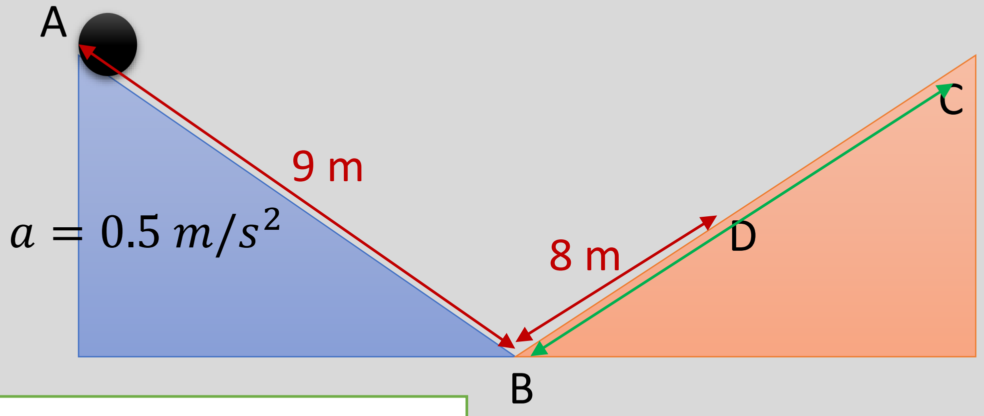
$$V_s^2 - V_i^2 = 2a(x_s - x_i)$$

3

$$\boxed{V_s^2 = V_i^2 + 2a(x_s - x_i)}$$

Örnek 3.6: 9 m uzunluğundaki bir eğik düzlemin tepesinden, durgun halden harekete başlayan bir top 0.5 m/s^2 lik bir ivme ile eğik düzlemden iniyor ve başka bir eğik düzleme tırmanarak hareketine 15 m devam ettikten sonra duruyor.

a) Topun ilk eğik düzlemden indiği andaki hızını
b) Topun ilk eğik düzlemden iniş süresini
c) Topun ikinci eğik düzlemdeki ivmesini
d) Topun ikinci eğik düzlemin 8 m'sindeki hızını bulunuz.



a)

$$V_B^2 = \cancelto{0}{V_A^2} + 2a(x_B - x_A)$$

$$V_B^2 = 2(0.5\ m/s^2)(9\ m)$$

$$V_B^2 = 9 \longrightarrow V_B = 3\ m/s$$

b)

$$V_B = \cancelto{0}{V_A} + at$$

$$3 = 0.5t$$

t= $6\ s$

c)

$$V_C^2 = V_B^2 + 2a(x_C - x_B)$$

$$0 = 9 + 2a(15\ )$$

$$a = -\frac{9}{30} = -0.3\ m/s^2$$

d)

$$V_D^2 = V_B^2 + 2a(x_D - x_B)$$

$$V_D^2 = 9 + 2(-0.3)(8)$$

$$V_D = 2.04\ m/s$$

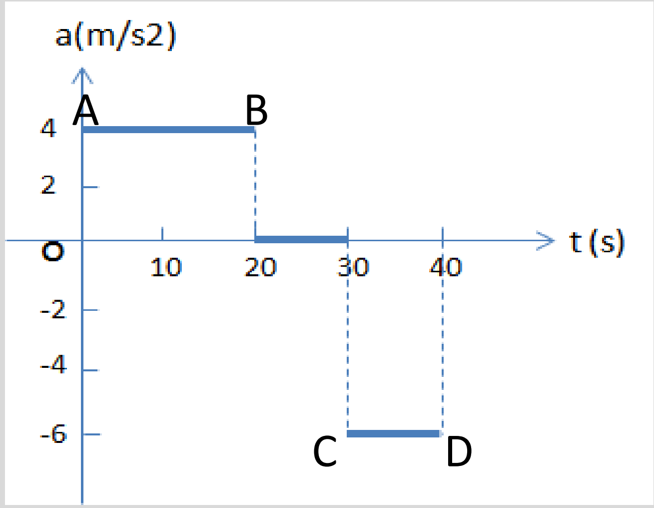
$$V_s = V_i + at$$

$$x_s = x_i + V_i t + \frac{1}{2}at^2$$

$$V_s^2 = V_i^2 + 2a(x_s - x_i)$$

Örnek 3.8: Durgun halden hızlanan bir parçacığın ivme-zaman grafiği şekilde verilmiştir.

a) t=20 s ve t=40 s deki hızını hesaplayınız. ilk 40 s'de parçacığın aldığı toplam yolu bulunuz.



a)

$0 \le t \le 20\ s \qquad a = 4\ m/s^2 \qquad V_B = \cancel{V_A} + at$

$V_B = 4(20) = 80\ m/s$

$20 \le t \le 30\ s \qquad a = 0\ m/s^2 \qquad V_c = V_B = 80\ m/s$

$30 \le t \le 40\ s \qquad a = -6\ m/s^2 \qquad V_D = V_C + at$

$V_D = 80 + (-6)10 = 20\ m/s$

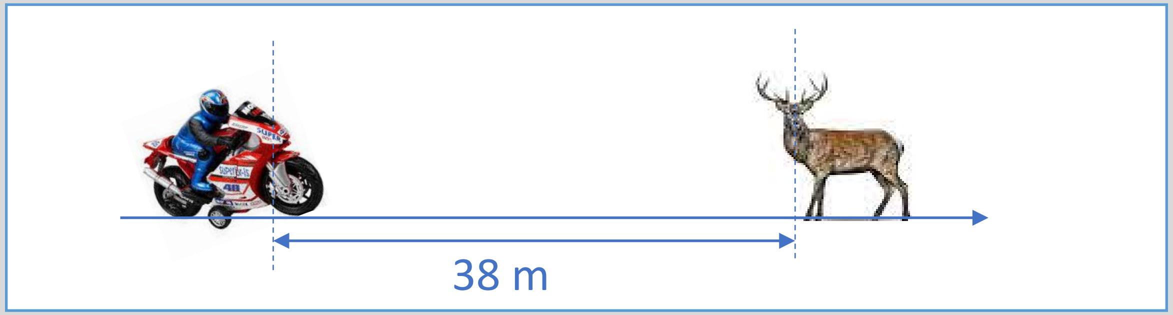
b)

$0 \le t \le 20\ s$	$20 \le t \le 30\ s$	$30 \le t \le 40\ s$
$x_B - x_A = \cancel{V_A}t + \frac{1}{2}at^2$	$x_c - x_B = V_B t$	$x_D - x_C = V_C t + \frac{1}{2}at^2$
$X_B - x_A = \frac{1}{2}4(20)^2 = 800\ m$	$X_C - x_B = 80\ (10) = 800\ m$	$X_D - x_C = 80(10) + \frac{1}{2}(-6)(10)^2 = 500\ m$

Örnek 3.10: Bir motosikletli 18 m/s lik hızla giderken, 38 m ilerde bir geyik görür.

a) Aracın maksimum ivmesi -4.5 m/s^2 ise, motosikletlinin geyiğe çarpmaması için mümkün olan reaksiyon süresi nedir?

b) Bu reaksiyon süresi 0.3 s ise, geyiğe vurduğu andaki hızı nedir?



Reaksiyon süresi: Sürücünün geyiği görmesi ve frene basması eylemleri arasındaki zaman

a) Öncelikle -4.5 m/s2 lik ivme ile yavaşlarsa, durana kadar kaç metre yol alır sorusunun cevabını bulalım:

$$V_s^2 = V_i^2 + 2a(x_s - x_i)$$

$$0 = (18)^2 + 2(-4.5)\Delta x$$

$$\Delta x = 36\,m$$

Sürücünün reaksiyon mesafesi: 38-36=2 m

$$t = \frac{x}{V} = \frac{2}{18} = 0.11\,s$$

b) Reaksiyon süresi boyunca aldığı yolu bulalım:

$$x = Vt = 18(0.3) = 5.4\,m$$

Geyiğe vurduğu andaki hızı:

$$V_s^2 = (18)^2 + 2(-4.5)(38 - 5.4)$$

$$V_s = 5.53\,m/s$$

Örnek 3.11: 45 m/s hızla giden bir araba, bir ilan tahtasının arkasına saklanan polisi geçiyor. Bundan 1 s sonra polis 3 m/s^2 lik bir sabit ivme ile arabayı kovalıyor. Polis arabayı ne kadar süre sonra yakalar?

Cevap: $t = 31\ s$