FİZİK I
DERS NOTLARI
2022

Doç. Dr. Sabriye AÇIKGÖZ

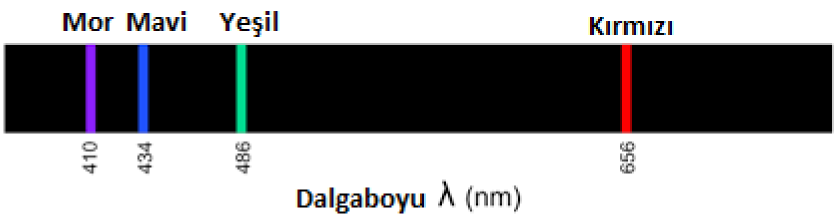
KAYNAK KİTAP: Fen ve Mühendislik için Fizik I, Serway ve Beichner, Çeviri: Prof. Dr.Kemal Çolakoğlu

İÇİNDEKİLER

1. FİZİK VE ÖLÇME

1.1 Giriş

FİZİK, madde ve enerji arasındaki etkileşimi inceleyen, tabiat olaylarını çeşitli deneysel gözlem ve ölçümlere dayanarak açıklamaya çalışan uygulamalı bir bilim dalıdır. Fizik bilimi sayesinde tabiatta gerçekleşen olaylar matematiksel problemlere dönüştürülerek açıklanır. Tarihsel gelişimi açısından değerlendirildiğinde, 19. yüzyıl fizik dünyası açısından bir kırılma noktası olarak görülebilir. 19. yüzyıl öncesinde dönemin en önemli bilim insanlarından biri olan Isaac Newton tarafından keşfedilen hareket kanunları sayesinde normal hızlarda ilerleyen cisimlerin hareketi doğru bir şekilde açıklanabiliyordu. Ancak ışık hızına yakın hızlarda hareket eden cisimler söz konusu olduğunda, Newton hareket yasaları kullanılmaz bir hal alıyordu. Özellikle, 1900'lü yıllarda ışık ve maddenin temel yapı taşlarından biri olan elektron için mevcut fizik kanunları ile açıklanamayan pek çok fiziksel olay gözlemlenmeye başlamıştı. 1897 yılında varlığı İngiliz fizikçi Joseph John Thomson tarafından deneysel olarak ispatlanan elektronların, atom yapısındaki konumu ve işlevi henüz kesin olarak açıklanamamıştı. Düşük basınçlı tüpler içerisine yerleştirilen çeşitli gaz moleküllerinin yüksek voltaj uygulanarak uyarılması neticesinde, atomların ışıma yaptığı gözlemlenmişti. Bir prizmadan geçirilerek analiz edilen bu ışımanın siyah bir fon üzerinde kesikli parlak çizgilerden oluştuğu tespit edilmişti. Aynı zamanda, her elementin kendine özgü bir spektrum verdiği gözlemlenmişti. Örneğin; hidrojen gazına ait ışıma spektrumu 1853 yılında İsveçli bilim adamı Anders Jonas Angström tarafından belirlenmişti. Elde edilen sonuçlara göre hidrojen gazının ışıma spektrumu 656, 486,434 ve 410 nm değerinde dört farklı ışıma çizgisine sahiptir.

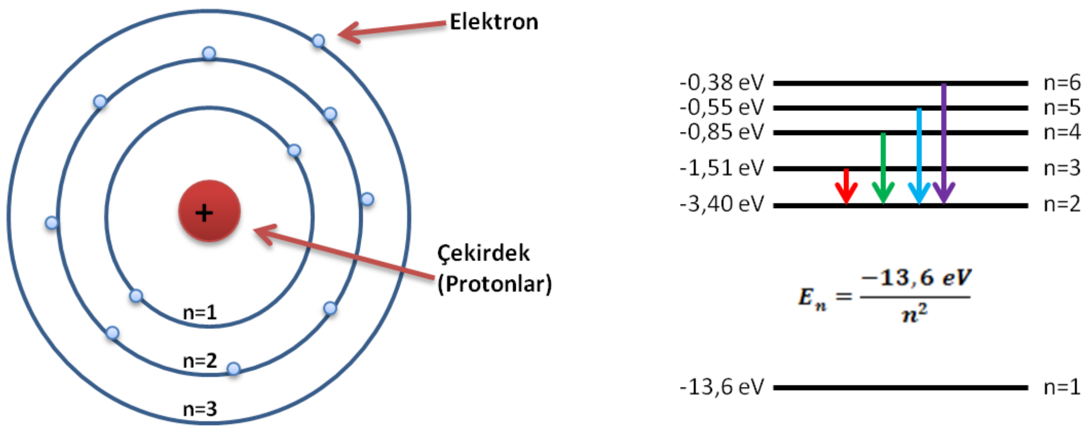


Şekil 1. Hidrojen ışıma spektrumu

Bu keşiften 30 yıl kadar sonra (1885) bir matematikçi olan Johann Jakob Balmer, dört farklı ışıma dalgaboyunu tam olarak veren bir matematiksel formül geliştirdi. Aşağıda verilen bu matematiksel bağıntıda n=2 ve m=3,4,5 ve 6 olmak üzere, hidrojen atomuna ait dört ışıma çizgisinin dalgaboyu oldukça iyi bir yaklaşıklıkla hesaplanabilmektedir.

$$\lambda\,(nm) = 364{,}5\left[\frac{m^2}{m^2-n^2}\right] \qquad (1)$$

Diğer taraftan ısıtılan cisimlerin elektromanyetik ışıma yaptığı ve bu ışımanın dalgaboyunun doğrudan cismin sıcaklığına bağlı olduğu belirlendi. Isıtılan cisimlerin yapısal özellikleri yerine sıcaklığına bağlı bir ışıma yapıyor olması, klasik fizik kanunları ile açıklanabilir bir durum değildi. Tarihe siyah cisim ışıması (black body radiation) olarak ismini yazdıran ve klasik fizik ile açıklanamayan bu olay, 1900 yılında Max Planck tarafından öne sürülen yeni bir model ile açıklanabilmişti. Planck bu termal ışımanın frekansa bağlı olarak kuantize olduğunu söyleyerek kuantum fiziğinin temeline ilk taşı yerleştirmiştir. İleride kuantum teorisi olarak adlandırılacak olan bu yeni model, bilim dünyasında hızlı bir şekilde kabul görmüş ve açıklanmayı bekleyen pek çok deneysel gözleme ışık tutmaya başlamıştı. Albert Einstein 1905 yılında fotoelektrik olayı ve Niels Bohr 1913 yılında yeni atom modelini açıklarken Planck tarafından ortaya atılan kuantum modelini kullandı. Planck kuantum modellemesi ile 1918 yılında Nobel Fizik ödülünü kazandı. Madde içinde yer alan elektronların pozitif yüklü çekirdek etrafında belirli enerji seviyelerinde bulunabileceğini ve bu enerji seviyeleri arasında geçiş yapan bir elektronun enerji farkına bağlı olan bir ışıma gerçekleştireceği Bohr atom modeli ile ortaya konulmuş ve hidrojen gibi gazların verdiği kesikli ışıma spektrumları da böylece açıklanmıştır.



Şekil 2. Bohr atom modeli ve enerji seviyeleri

FİZİK

Klasik Fizik

Klasik Mekanik

Termodinamik

Elektromanyetizma

Modern Fizik

Kuantum Mekaniği

Görelilik Kuramı

Modern fiziğin doğuşundan klasik fiziğin önemini yitirdiği veya geçersiz kaldığı gibi bir anlam çıkarılmamalıdır. Düşük hız sınırında görelilik kuramı (rölativite teorisi) klasik fizik ile aynı sonuçları vermektedir. Benzer şekilde, atomik boyutlardan çıkıldığında kuantum teorisinde elde edilen sonuçlar yine klasik fiziğin sonuçlarını sağlamaktadır. Özetle şunu diyebiliriz ki, klasik fizik kuralları makro alemde geçerli iken modern fiziğin kuralları nano alemde geçerlidir.

1.2 Fiziksel Nicelikler ve Standartları

Fizik kanunları ifade edilirken açık tanımları olan temel büyüklükler kullanılır. Mekanikte kullanılan üç temel büyüklük bulunmaktadır.

Uzunluk (Length)	**Kütle (Mass)**	**Zaman (Time)**
[L]	[M]	[T]
m,cm,km,mm…	kg,g,ton…	s,dk,saat...

Diğer bütün fiziksel nicelikler bu temel büyüklükler cinsinden ifade edilebilirler.

Uluslararası birim sisteminin (SI) uzunluk birimi metre (m), kütle birimi kilogram (kg) ve zaman birimi saniye (s) için tanımladıkları standartlar ise şöyledir:

Metre: Işığın boşlukta 1/299.792.458 saniyede aldığı yolun uzunluğudur.

Kilogram: Platin-iridyum alaşımından yapılmış çapı ve yüksekliği 3.9 cm olan silidirin kütlesidir.

Saniye: Sezyum atomunun 9.192.631.770 defa titreşim yapması için geçen zamandır.

1.3 Boyut Analizi

Boyut, bir fiziksel niceliğin doğasını belirler. Örneğin, A ve B noktaları arasındaki mesafeyi ölçerken metre, cm yada adım gibi birimler kullanılabilmesine rağmen AB arasındaki mesafe uzunluk boyutundadır. Bu fiziksel niceliği sadece uzunluk olarak ölçebiliriz, alan veya zaman olarak ölçemeyiz! Bu mesafenin boyutuna-fiziksel doğasına- uzunluk adını veririz. Uzunluk, kütle ve zamanı belirtmek için kullanılan semboller şöyledir:

Uzunluk $\longrightarrow$ [L]

Kütle $\longrightarrow$ [M]

Zaman $\longrightarrow$ [T]

Diğer bütün fiziksel nicelikler bu temel boyutlar cinsinden yazılabilirler.

$$Hız = \frac{Uzunluk}{Zaman} = \frac{[L]}{[T]}$$

$$İvme = \frac{Hız}{Zaman} = \frac{[L]/[T]}{[T]} = \frac{[L]}{[T]^2}$$

$$Hacim = [L]^3$$

$$Yoğunluk = \frac{Kütle}{Hacim} = \frac{[M]}{[L]^3}$$

$$Kuvvet = Kütle \times ivme = [M]\frac{[L]}{[T]^2}$$

Fizikte aynı boyuta sahip nicelikler ancak toplanabilir ya da çıkarılabilir. Yani uzunluk boyutu ancak başka bir uzunluk boyutu ile toplanabilir. Bir uzunluk boyutunu zaman boyutu ile toplayamayız.

Uzunluk + Uzunluk = Uzunluk

Zaman + Zaman = Zaman

Kütle +Kütle = Kütle

Zaman +Kütle= ?

Uzunluk+ Zaman= ?

Ayrıca fizikte yazılan bir eşitliğin (denklemin) her iki tarafındaki ifadeler aynı boyuta sahip olmalıdır.

Uzunluk= Uzunluk

Kütle = Uzunluk **X**

Boyut analizi yöntemi, fiziksel denklemleri türetmemize ya da şüphe ettiğimiz bir denklemi doğrulamamıza yardımcı olabilir.

Örnek 1.1: Bir elmanın belli bir yükseklikten düştüğünü varsayalım ve düşme yüksekliği (h) ile düşme süresi (t) arasındaki bağıntıyı belirlemeye çalışalım.

1.4 Birim Sistemleri ve Birim Çevirme

Günümüzde kullanılmakta olan iki farklı birim sistemi bulunmaktadır.

	MKS		CGS
Uzunluk	$\longrightarrow$ **M**etre	Uzunluk	$\longrightarrow$ **C**m
Kütle	$\longrightarrow$ **K**ilogram	Kütle	$\longrightarrow$ **G**ram
Zaman	$\longrightarrow$ **S**aniye	Zaman	$\longrightarrow$ **S**aniye

Fizikte problem çözerken mutlaka birimlere dikkat edilmelidir. Problem çözümünde öncelikle bir birim sistemi tercih edilmeli ve bütün boyutlar bu birim sistemine uygun şekilde seçilmelidir. Gerekli ise birimler arasında çevirme yapılabilir.

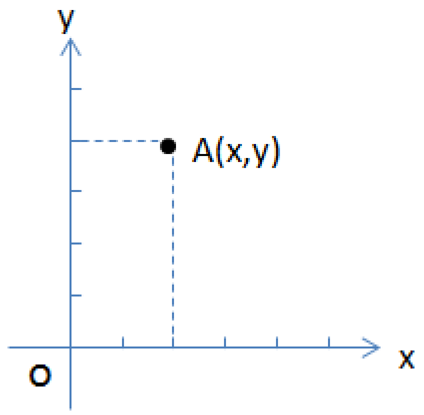
Örnek 1.2 : 38 m/s hız ile hareket eden bir aracın 75 mil/saat hız limitini geçip geçmediğini belirleyiniz. (1 mil = 1609 m)

Örnek 1.3: Kütlesi 23,94 gr ve hacmi 2.10 cm^3 olan katı bir cismin, yoğunluğunu MKS sisteminde hesaplayınız.

2. VEKTÖRLER

2.1 Koordinat Sistemleri

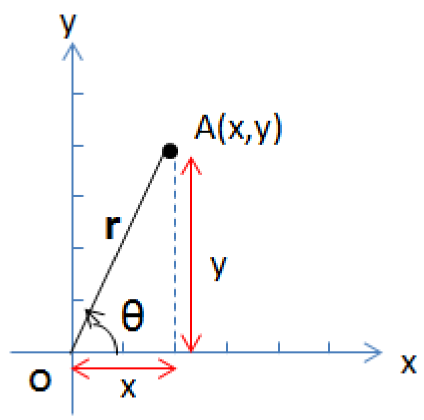
Herhangi bir cismin uzayda bulunduğu konumu tanımlarken koordinat sistemlerinden faydalanırız. Fizikte en çok kullanılan koordinat sistemleri ***“Kartezyen (dik) koordinat sistemi”*** ve ***“Kutupsal koordinat sistemi”*** dir.
Yatay ve düşey eksenlerin kesiştiği noktanın orjin olarak alındığı koordinat sistemine “Kartezyen koordinat sistemi” adı verilir.



Bazen düzlemdeki bir noktayı (r,θ) kutupsal koordinatları ile temsil etmek daha uygun olabilir. Kutupsal koordinat sisteminde,

r: orjinden (x,y) kartezyen koordinatlarına sahip noktaya olan uzaklık
θ: x ekseninden itibaren saat yönünün tersi yönde ölçülen açıdır.

Uzayda herhangi bir noktanın kutupsal koordinatları kullanılarak kartezyen koordinatları yazılabilir.



Örnek 2.1: Bir noktanın xy düzlemindeki kartezyen koordinatları (x,y)=(3,4) m'dir. Bu noktanın kutupsal koordinatlarını bulunuz.

2.2 Vektör ve Skaler Nicelikler

Skaler bir nicelik uygun birime sahip tek bir sayı ile belirtilebilir. Herhangi bir yöne sahip değildir.

Örnek:

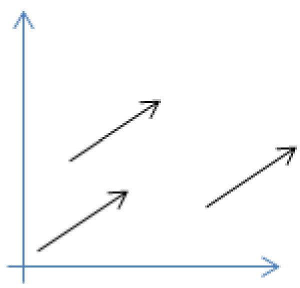
Vektörel bir nicelik ise hem büyüklüğe hem de bir yöne sahiptir. Vektörel nicelikler $\vec{A}$ şeklinde yazılır ve büyüklüğü $|\vec{A}|$ ile gösterilir.

Örnek:

2.3 Vektörlerin Bazı Özellikleri

İki vektörün eşitliği:

Başlangıç noktaları farklı olsa bile aynı büyüklüğe ve yöne sahip iki vektör birbirine eşit kabul edilir.



Vektörlerin Toplanması:

Vektörlerin toplama kuralları, geometrik yöntemlere uygun olarak tanımlanır. Herhangi iki vektörü toplamak için ***uç uca ekleme*** yada ***paralel kenar yöntemleri*** kullanılabilir. Uç uca ekleme yönteminde vektörlerden birinin başlangıcı diğer vektörün bitiş noktasına gelecek şekilde birbirine eklenir. Toplam (bileşke) vektörü birinci vektörün başlangıcından son eklenen vektörün bitiş noktası arasında çizilen vektöre eşit olacaktır.

Paralel kenar yönteminde ise öncelikle toplanacak olan iki vektör başlangıç noktaları aynı noktaya gelecek şekilde yerleştirilir. Daha sonra elde edilen çizim bir paralel kenar olacak şekilde tamamlanır. Elde edilen paralel kenarın köşegeni ise toplam (bileşke) vektörüne eşit olacaktır.

Bir vektörün negatifi:

Herhangi bir $\vec{A}$ vektörünün negatifi, bu vektör ile toplandığı zaman sonucu sıfır veren vektör olarak tanımlanır.

$$\vec{A} + \left(-\vec{A}\right) = 0$$

$\vec{A}$ ve $-\vec{A}$ vektörleri aynı büyüklükte fakat zıt yöndedirler.

Vektörlerin Çıkarılması:

Vektörlerin çıkarılması işleminde negatif vektörlerin tanımından faydalanılır. Örneğin $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin farkını bulmak istiyorsak, $\vec{A}$ vektörü ile $\overrightarrow{-B}$ vektörünü daha önce anlatılan vektör toplam kurallarına uygun şekilde toplayarak fark vektörünü bulabiliriz.

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + \left(-\vec{B}\right)$$

Örnek 2.2: Bir otomobil kuzeye doğru 20 km ve sonra 60^0 kuey batı yönünde 35 km yol almaktadır. Bileşke yerdeğiştirmenin büyüklüğünü bulunuz.

Vektörlerin Çarpılması:

Skaler Çarpım:

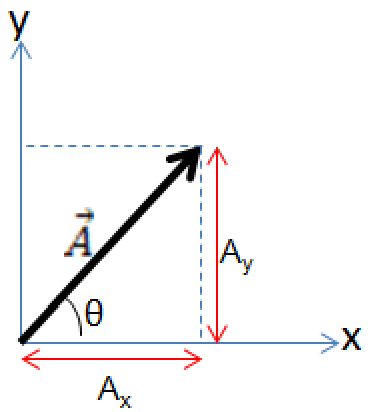
Vektörel Çarpım:

2.4 Bir Vektörün Bileşenleri ve Birim Vektörler

Bir vektörün dik koordinat sisteminin eksenleri üzerindeki iz düşümlerine **"vektörün bilşenleri"** adı verilir. Herhangi bir vektör bileşenleri ile tam olarak ifade edilebilir. Vektörler bileşenleri ile ifade edilirken, büyüklüğü 1'e eşit ve sadece doğrultu belirten ***"birim vektörler"*** kullanılır. Üç boyutlu uzayda Kartezyen koordinat sisteminde her bir doğrultuyu gösterecek şekilde tanımlanmış üç farklı birim vektör bulunmaktadır.

$x \rightarrow \hat{\boldsymbol{\imath}} \quad , \quad y \rightarrow \hat{\boldsymbol{\jmath}} \quad , \quad z \rightarrow \hat{\boldsymbol{k}}$

$|\hat{\imath}| = |\hat{\jmath}| = |\hat{k}| = 1$



$\vec{A}$ vektörü birim vektörler kullanılarak bileşenleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{A} = A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\jmath}$$

Bileşenleri ile verilen $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin bileşke (toplam) vektörü aşağıdaki gibi aynı doğrultuda olan bileşenlerin kendi içinde toplanması ile hesaplanabilir.

$$\vec{A} = A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\jmath}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + B_y\hat{\jmath}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \left(A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\jmath}\right) + \left(B_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + B_y\hat{\jmath}\right)$$

$$= (A_x + B_x)\hat{\boldsymbol{\imath}} + \left(A_y + B_y\right)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Örnek 2.3: Şekilde verilen A ve B vektörleri arasındaki açıyı hesaplayınız.

Örnek 2.4: Acemi bir golf oyuncusu topu deliğe sokmak için üç vuruş yapar. Ardışık yer değiştirmeler, kuzeye 4 m, kuzey batıya 2 m ve 30^{o} güneybatıya 1 m yönündedir. Aynı başlangıç noktasından başlayarak, usta bir golfçü hangi büyüklükteki tek vektörel değişmeyle topu deliğe sokabilir?

Örnek 2.5: Yerde bir koordinat sisteminin orijininde oturuyorsunuz. Üzerinizden bir uçak x eksenine paralel olarak 7,60 x 10^3 m yükseklikte sabit bir hızla uçuyor. t =0 anında uçak tam tepenizde ve sizden uçağa olan vektör P_0 = (7,60 x 10^3 m)**j** olarak veriliyor. t = 30 s 'de sizden uçağa doğru olan konum vektörü P_{30}= (8,04 x 10^3 m)**i** + (7,60 x 10^3 m)**j** dir. t= 45 s 'deki uçağın konum vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Örnek 2.6: Şu dört kuvvet vektörünün toplamını bulunuz: Yatayın 35^o üstünde sağa doğru 12 N, yatayın 55^o üstünde sola doğru 31N, yatayın 35^o altında sola doğru 8,40 N ve yatayın 55^o altında sağa doğru 24 N.

3. TEK BOYUTTA HAREKET

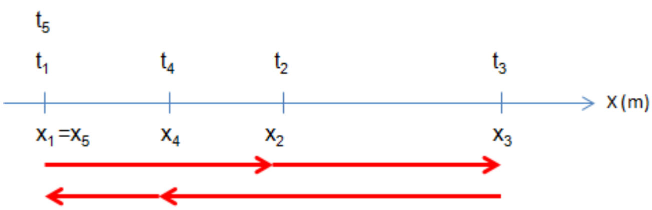
Klasik mekaniğin ilk bölümünde, cisimlerin hareketi nedeni sorgulanmaksızın uzaya ve zamana bağlı olarak incelenir. Klasik mekaniğin bu kısmına kinematik adı verilir. Bir parçacığın hareketini analiz etmeden önce yerdeğiştirme, hız, sürat ve ivme gibi kavramlar üzerinde duralım.

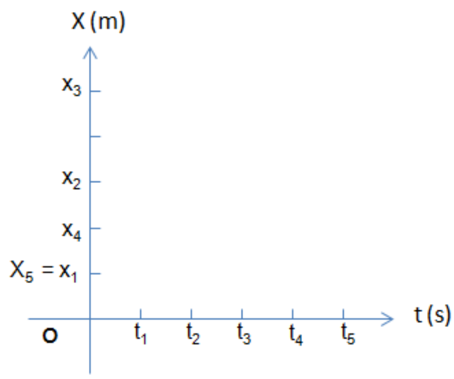
3.1 Yerdeğiştirme

Herhangi bir parçacığın konumundaki değişim, “yerdeğiştirme” olarak tanımlanır. Başka bir değişle, parçacığın son konumu ve ilk konumu arasındaki farktır.

$$\Delta\vec{\boldsymbol{x}} = \vec{\boldsymbol{x}_s} - \vec{\boldsymbol{x}_\imath}$$

Burada dikkat edilmesi gereken önemli bir husus ise ***parçacığın aldığı yol*** ile ***yerdeğiştirme*** kavramalarının birbirine karıştırılmamasıdır. Örneğin; t_1 anında x_1 konumunda olan bir parçacığı ele alalım. Parçacık öncelikle sağa doğru +x yönünde ilerlemiş ve t_2 anında x_2 konumuna ulaşmıştır. Aynı yönde ilerlemeye devam eden parçacık t_3 anında x_3 konumundadır. Daha sonra parçacık yön değiştirmiş ve –x yönünde hareket etmeye başlamıştır. t_4 anında x_4 konumuna ulaşan parçacık, ilerlemeye devam ederek t_5 anında harekete başladığı ilk noktaya geri dönmüştür. Aşağıda bu parçacığın hareketine ait konum zaman grafiği verilmiştir.





Parçacığın t_1-t_5 zaman aralığında yerdeğiştirmesi:
Parçacığın t_1-t_5 zaman aralığında aldığı yol:

3.2 Ortalama Hız, Ani Hız ve Sürat

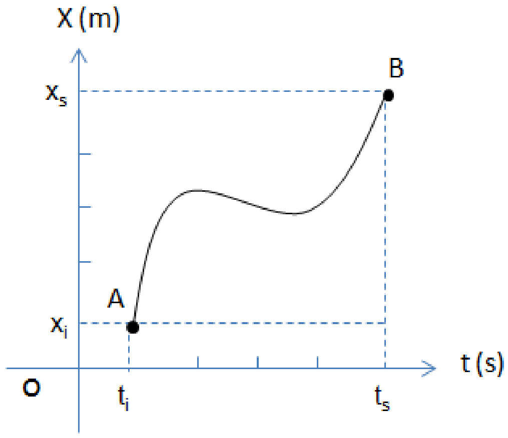
Herhangi bir t_1 anı ile t_2 anı arasında, bir parçacığın x_1 konumundan x_2 konumuna hareket ettiğini düşünelim. Parçacığın yerdeğiştirme miktarı olan Δx’in, bu yerdeğiştirmenin gerçekleştiği zaman aralığı olan Δt’ye oranı ise ***“ortalama hız”*** olarak tanımlanır. Bir önceki kısımda t_1-t_5 zaman aralığında hareket eden parçacığın aşağıda belirtilen zaman aralıklarında ki ortalama hızını hesaplamaya çalışalım.

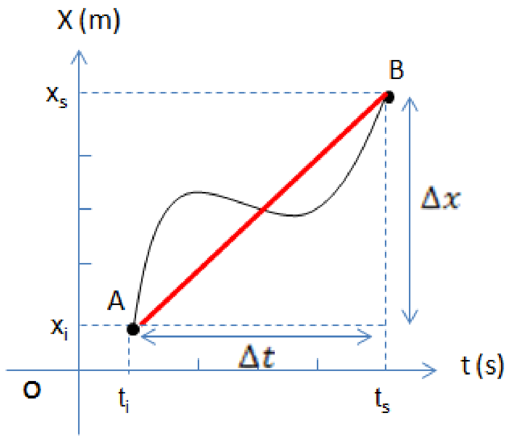
$$t_1 \rightarrow t_2\ ; \qquad \bar{V}_{t_1 \rightarrow t_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$t_1 \rightarrow t_5\,; \qquad \bar{V}_{t_1 \rightarrow t_5} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_1}{t_5 - t_1}$$

$$t_2 \rightarrow t_4\,; \qquad \bar{V}_{t_1 \rightarrow t_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_4 - x_2}{t_4 - t_2}$$

Aynı zamanda ortalama hız konum-zaman grafiğindeki herhangi iki nokta arasında bir doğru çizerek geometrik olarak ta yorumlanır. Bu doğrunun eğimi bize ortalama hızı verir. Aşağıda verilen konum-zaman grafiğinde, A ve B noktaları arasındaki ortalama hızı hesaplamak için bu noktalardan geçecek şekilde bir doğru çizilir. Doğrunun eğimi $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ bu zaman aralığındaki ortalama hıza eşit olur.





Günlük hayatta hız ve sürat kelimeleri aynı anlamda kullanılır. Oysa fizikte bu iki kelime birbirinden tamamen faklıdır. ***Ortalama sürat***, hareket boyunca alınan toplam yolun geçen toplam zamana oranıdır.

$$Ortalama\ Sürat = \frac{Toplam\ alınan\ yol}{Toplam\ geçen\ zaman}$$

Örnek 3.1: Bir arabanın hareketine ilişkin konum-zaman grafiği şekilde verilmiştir. Bu hareket için Ave F noktaları arasındaki yerdeğiştirmeyi, ortalama hız ve ortalama sürati hesaplayınız.

Bir parçacığın hızını sadece belli zaman aralığı içinde değil, herhangi bir t anında bilmek isteyebiliriz. Böyle bir durumda ***"ani hız"*** ifadesini kullanırız. Ani hız, ${\Delta x}/{\Delta t}$ oranının Δt sıfıra yaklaşırken aldığı limit değerine eşittir.

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

NOT: Türev konusunu hatırlayalım…

Ani sürat ise bir parçacığın ani hız vektörünün büyüklüğü olarak tanımlanır.

Örnek 3.2: Bir parçacığın konum-zaman grafiği $x(t) = -4t + 2t^2$ fonksiyonu ile verilmektedir.

a) t=0 ile t=1s ve t=1s ile t=3s arasındaki yerdeğiştirmeyi ve ortalama hızı bulunuz.

b) t=2,5 s'deki ani hızını hesaplayınız.

Örnek 3.3: Bir parçacığın hareketine ait konum-zaman grafiği şekildeki gibidir.

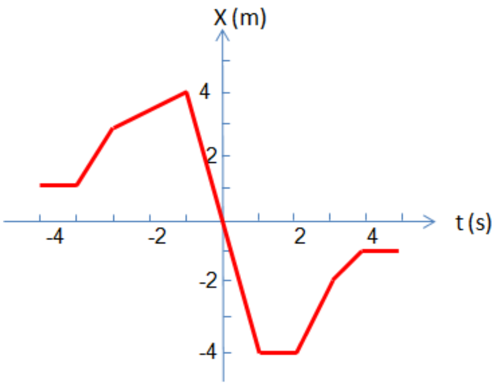
a) Hangi zaman aralığında parçacık maksimum ortalama hıza sahiptir?

b) -5 ve +5 s aralığındaki ortalama hızı nedir?

c) -5 ve +5 s aralığındaki ortalama sürati nedir?

d) Parçacığın 2-3 s aralığındaki ortalama hızının 3-4 s aralığındaki ortalama hızına oranı nedir?

e) Hangi zaman aralıklarında parçacığın hızı sıfırdır?



Örnek 3.4: x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın konumu $x(t) = 2 + 6t + 3t^2$ fonksiyonu ile verilmektedir. Bu parçacığın t=1s ve t=3s aralığındaki ortalama hızını ve t=2s'deki ani hızını hesaplayınız.

3.3 İvme

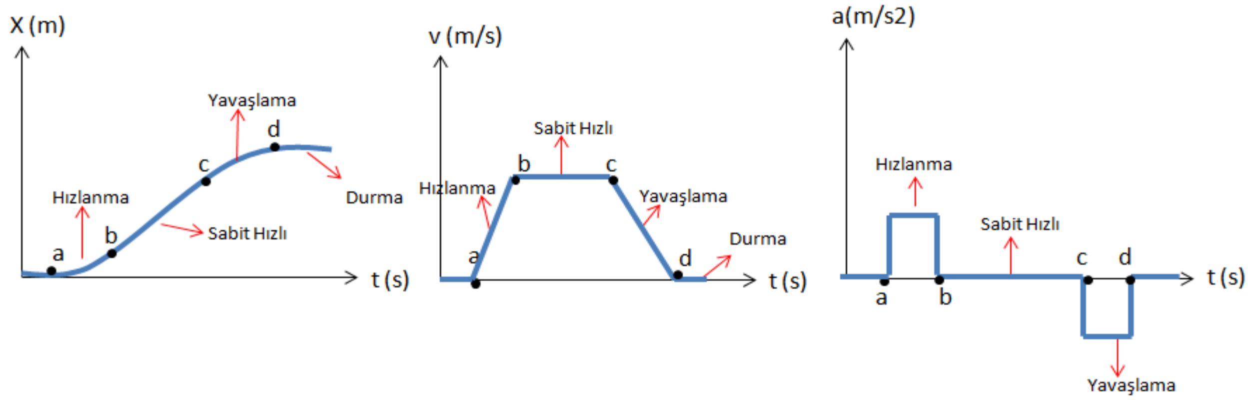
Bir parçacığın hızı zamana göre değişiyorsa, parçacık ***"ivmeli hareket ediyor"*** demektir. Bir parçacığın belli bir Δt zaman aralığındaki ***ortalama ivmesi***, parçacığın hızındaki değişimin bu zaman aralığına oranı olarak tanımlanır.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Bir parçacığın ***ani ivmesi*** ise ${}^{\Delta v}/_{\Delta t}$ oranının Δt sıfıra yaklaşırken aldığı limit değerine eşittir.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Bir parçacığın konum-zaman grafiğinin eğiminin parçacığın hızı hakkında bilgi verdiğini daha önce belirtmiştik. Konum-zaman grafikleri kullanılarak hız-zaman ve ivme-zaman grafikleri de elde edilebilir. Aşağıdaki şekilde durgun halden hızlanarak harekete başlayan, bir süre sabit hızla ilerledikten sonra yavaşlayarak tekrar duran bir parçacığa ait grafikler verilmiştir.



Tek boyutta hareket eden bir cismin hız ve ivme vektörlerinin yönleri için şunlar söylenebilir:

- Hız ve ivme aynı yönde ise cismin hızı artıyordur.
- Hız ve ivme ters yönde ise cismin hızı azalıyordur.

Örnek 3.5: x ekseni boyunca hareket eden bir cismin hızı $v(t) = 40 - 5t^2$ m/s olarak veriliyor. Cismin $0 \leq t \leq 2s$ aralığındaki ortalama ivmesini ve t=2 s deki ani ivmesini hesaplayınız.

3.4 Sabit İvmeli Hareket

İvme sabit olduğunda, ortalama ivme ani ivmeye eşit olur. Yani hız hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar veya azalır. Ortalama ivme tanımı kullanılarak, bir cismin herhangi bir andaki hızı kolayca hesaplanabilir. $t_s = t$ ve $t_i = 0$ olarak alınırsa

$$\bar{a} = a_x = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t_s - t_i} = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t}$$

Yukarıdaki denklem biraz düzenlenirse, herhangi bir t anındaki hız için

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t$$

yazılabilir.

Örnek 3.6: 9 m uzunluğundaki bir eğik düzlemin tepesinden, durgun halden harekete başlayan bir top 0.5 m/s^2 lik bir ivme ile eğik düzlemden iniyor ve başka bir eğik düzleme tırmanarak hareketine 15 m devam ettikten sonra duruyor.

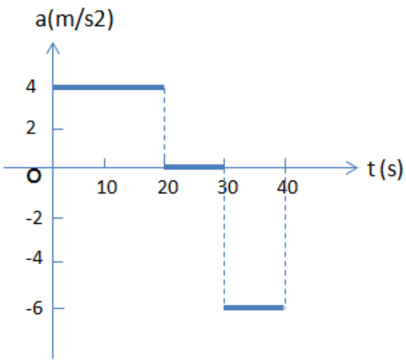
a) Topun ilk eğik düzlemden indiği andaki hızını
b) Topun ilk eğik düzlemden iniş süresini
c) Topun ikinci eğik düzlemdeki ivmesini
d) Topun ikinci eğik düzlemin 8 m'sindeki hızını bulunuz.

Örnek 3.7: Bir cisim $x = 3t^2 - 2t + 3$ denklemine göre x ekseni boyunca hareket etmektedir.

a) $2 \leq t \leq 3\ s$ aralığındaki ortalama hızını,
b) $t = 2\ s$ ve $t = 3\ s$ deki ani hızını,
c) $2 \leq t \leq 3\ s$ aralığındaki ortalama ivmesini,
d) $t = 2\ s$ ve $t = 3\ s$ deki ani ivmesini bulunuz.

Örnek 3.8: Durgun halden hızlanan bir parçacığın ivme-zaman grafiği şekilde verilmiştir.

a) t=20 s ve t=40 s deki hızını hesaplayınız.
b) ilk 40 s'de parçacığın aldığı toplam yolu bulunuz.



Örnek 3.9: Bir jet uçak gemisine 63 m/s hızla 2 s'de iniyor.

a) Jet 2s sonra indiğine göre ivmesini bulunuz.
b) Jet yavaşlarken yerdeğiştirmesi nedir?

Örnek 3.10: Bir motosikletli 18 m/s lik hızla giderken, 38 m ilerde bir geyik görür.

a) Aracın maksimum ivmesi -4.5 m/s^2 ise, motosikletlinin geyiğe çarpmaması için mümkün olan reaksiyon süresi nedir?
b) Bu reaksiyon süresi 0.3 s ise, geyiğe vurduğu andaki hızı nedir?

Örnek 3.11: 45 m/s hızla giden bir araba, bir ilan tahtasının arkasına saklanan polisi geçiyor. Bundan 1 s sonra polis 3 m/s^2 lik bir sabit ivme ile arabayı kovalıyor. Polis arabayı ne kadar süre sonra yakalar?

3.5 Serbest Düşme

Herhangi bir yükseklikten serbest bırakılan bütün cisimler neredeyse sabit bir ivme ile hızlanarak yere doğru düşerler. Serbest bırakılan bütün cisimler, hava direnci ve sürtünme ihmal edildiği için cismin yoğunluk, şekil ve kütlesinden bağımsız olarak eşit ivme ile hareket ederler. Yerin kütle çekiminden kaynaklanan bu ivmeye ***yerçekimi ivmesi*** denir. Büyüklüğü 9.8 m/s^2 olan yerçekimi ivmesi $\vec{g}$ ile gösterilir ve yönü her zaman yere (aşağıya) doğrudur.

Serbest düşme olayı tek boyutta sabit ivmeli harekete verilebilecek en güzel örnektir. Hareket boyunca cismin ivmesi sabit olduğundan, bir önceki kısımda öğrendiğimiz sabit ivmeli hareket denklemleri bu süreç için de geçerli olacaktır. Şimdi ivme yerine yerçekimi ivmesini yerleştirerek sabit ivmeli hareket denklemlerini yeniden yazalım.

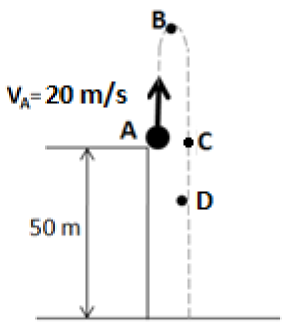
$$V_s = V_i - gt$$

$$y_s = y_i + V_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_s^2 = V_i^2 - 2g(y_s - y_i)$$

Örnek 3.12: Bir taş 50 m yüksekliğindeki bir binanın tepesinden 20 m/s hız ile yukarıya doğru fırlatılmaktadır.

a) Taşın maksimum yüksekliğe çıkması için geçen zamanı,
b) Taşın çıkabileceği maksimum yüksekliği,
c) Taş yere düşerken atıldığı noktadan ne kadar süre sonra geçer?
d) Bu anda taşın hızı nedir?
e) t=5 s'de taşın konumunu ve hızını bulunuz.



Örnek 3.13: Yüksekliği 60 m olan bir binanın tepesinden bir karpuzun serbest bırakıldığını düşünelim. Tam aşağıda bulunan bir okçu ise karpuza doğru 20 m/s lik ilk hız ile bir ok fırlatıyor olsun.

a) Ne kadar süre sonra ok karpuza çarpar?
b) Bu çarpışma okçunun ne kadar yukarısında gerçekleşir?

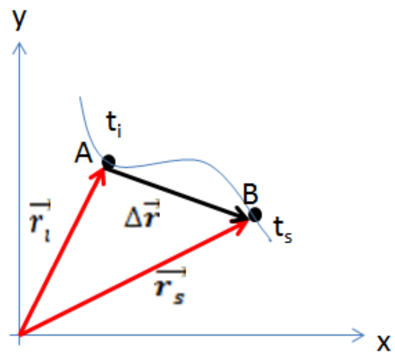
Örnek 3.14: Bir helikopterin yerden yüksekliği $y = 3t^2$ ile veriliyor. t=2 s anında helikopterden bir paket serbest bırakılıyor.

a) Paket ne kadar zamanda yere ulaşır?
b) Paket yere ulaştığı anda hızının büyüklüğü kaç m/s'dir?

4. İKİ BOYUTTA HAREKET

4.1 Yerdeğiştirme, Hız ve İvme Vektörleri

Bir önceki bölümde bir doğru boyunca yol alan bir parçacığın konumu zamanın fonksiyonu olarak bilinirse, parçacığın hareketini tümüyle belirleyebileceğimizi öğrendik. Bu bölümde ise xy düzleminde yani iki boyutta hareket eden bir parçacığın hareketini analiz etmeye çalışacağız. Bunun için öncelikle parçacığın iki boyutlu uzayda konumunu ifade edecek olan $\vec{r}$ ***konum vektörü***nü tanımlayalım. Aşağıda verilen şekildeki gibi t_i anında A noktasında ve belli bir zaman sonra t_s anında B noktasında olan bir parçacığı göz önüne alalım. Parçacık $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında A'dan B'ye hareket ederken, parçacığın konum vektörü de $\vec{r_i}$ den $\vec{r_s}$ ye değişir.



İki boyutta yerdeğiştirme vektörü ($\Delta\vec{r}$) parçacığın son konum vektörü ile ilk konum vektörü arasındaki farka eşittir.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r_s} - \vec{r_i}$$

İki boyutta ortalama hız, yerdeğiştirme vektörünün Δt zaman aralığına bölümü olarak tanımlanır. Ortalama hız vektörü $\Delta\vec{r}$ vektörü ile aynı yöndedir.

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r_s} - \vec{r_i}}{t_s - t_i}$$

İki boyutta ani hız, konum vektörünün zamana göre türevidir. Ani hız vektörünün yönü ise her zaman o andaki konum vektörüne

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Parçacığın aldığı yol boyunca herhangi bir noktadaki ani hız vektörünün doğrultusu, o noktada yola teğet ve hareket doğrultusu boyuncadır.

İki boyutta ortalama ivme, herhangi bir Δt zaman aralığında ani hız vektöründe meydana gelen değişimin bu zaman aralığına oranına eşittir.

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_s} - \vec{v_i}}{t_s - t_i}$$

Ortalama ivme vektörünün yönü $\Delta\vec{v}$ vektörü ile aynı yöndedir.

Ani ivme ise, Δt sıfıra yaklaşırken $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ oranının limit değerine yada ani hız vektörünün zamana göre türevine eşittir.

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

4.2 İki Boyutta Sabit ivmeli Hareket

İvmenin hem büyüklükçe hem de doğrultuca sabit kaldığı iki boyutlu hareketi ele alalım. xy düzleminde hareket eden bir parçacığın konum vektörü

$$\vec{\boldsymbol{r}} = x\hat{\boldsymbol{\imath}} + y\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

olarak yazılabilir. Burada $\hat{\boldsymbol{\imath}}$ ve $\hat{\boldsymbol{\jmath}}$ sadece doğrultu gösteren ve zaman içinde değişmeden sabit kalan birim vektörlerdir. Parçacık hareket ederken, x,y ve r zaman içinde değişir. Parçacığın hızı,

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{r}}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\boldsymbol{\imath}} + \frac{dy}{dt}\hat{\boldsymbol{\jmath}} = v_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + v_y\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

biçiminde yazılabilir. Parçacığın ivme vektörü sabit olduğuna göre ivmenin hem x hem de y bileşeni (a_x ve a_y) zaman içinde değişmeden kalır. Bu durumda kinematik denklemleri hız vektörünün her iki bileşeni için de ayrı ayrı uygulanabilir.

$$\overrightarrow{v_s} = v_{sx}\hat{\boldsymbol{\imath}} + v_{sy}\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

$$= (v_{ix} + a_x t)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (v_{iy} + a_y t)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

$$= (v_{ix}\hat{\boldsymbol{\imath}} + v_{iy}\hat{\boldsymbol{\jmath}}) + (a_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + a_y\hat{\boldsymbol{\jmath}})t$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v_s}} = \overrightarrow{\boldsymbol{v_\imath}} + \vec{\boldsymbol{a}}t$$

Sabit ivmeli hareket eden bir parçacığın x ve y koordinatları ise

$$x_s = x_i + v_{ix}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y_s = y_i + v_{iy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadeler kullanılarak $\vec{\boldsymbol{r}}$ konum vektörü için.

$$\overrightarrow{r_s} = x_s\hat{\boldsymbol{\imath}} + y_s\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

$$= \left(x_i + v_{ix}t + \frac{1}{2}a_x t^2\right)\hat{\boldsymbol{\imath}} + \left(y_i + v_{iy}t + \frac{1}{2}a_y t^2\right)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

$$= (x_i\hat{\boldsymbol{\imath}} + y_i\hat{\boldsymbol{\jmath}}) + (v_{ix}\hat{\boldsymbol{\imath}} + v_{iy}\hat{\boldsymbol{\jmath}})t + \frac{1}{2}(a_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + a_y\hat{\boldsymbol{\jmath}})t^2$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{r_s}} = \overrightarrow{\boldsymbol{r_\imath}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v_\imath}}\boldsymbol{t} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}\vec{\boldsymbol{a}}t^2$$

Örnek 4.1: Bir parçacık 20 m/s lik x bileşenli ve -15 m/s lik y bileşenli ilk hızla t=0 anında orijinden harekete geçiyor. Parçacık sadece x yönünde bileşene sahip bir ivme ile xy düzleminde hareket etmektedir.

a) Zamanın fonksiyonu olarak herhangi bir andaki hızının bileşenlerini ve toplam hız vektörünü bulunuz.
b) t=5 s'de parçacığın hızının büyüklük, yön ve doğrultusunu hesaplayınız.
c) Herhangi bir t anındaki yerdeğiştirme vektörünü bulunuz.

4.3 Eğik Atış Hareketi

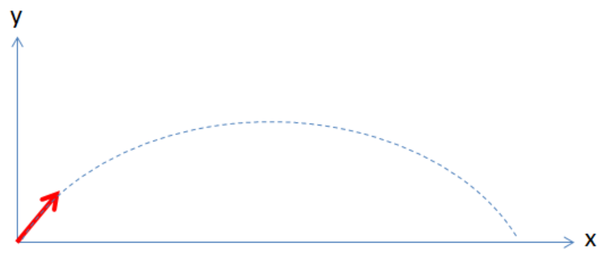
Herhangi bir nedenle yatay düzlemle bir açı yapacak şekilde yukarıya doğru fırlatılan bir nesnenin eğrisel bir yol boyunca ilerlediğini hepimiz gözlemlemişizdir. Yatay ve düşey eksenlerde gerçekleşen bu hareketi analiz edebilmek için öncelikle iki kabul yapmamız gerekmektedir.

$\vec{g}$ yerçekimi ivmesi hareket boyunca sabit kalır ve aşağıya (-y) doğru yöneliktir

Hava direnci ve sürtünmesi ihmal edilebilir.

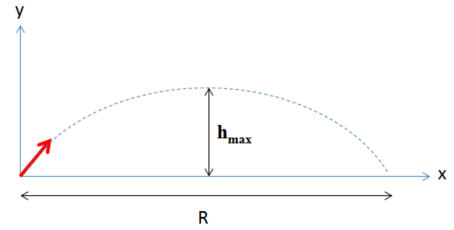
Yatay eksen ile θ açısı yapacak şekilde yukarıya doğru v_i ilk hızı ile fırlatılan bir nesnenin hareketini analiz etmeye çalışalım. Parçacık üzerindeki etkili olan tek ivme yerçekimi ivmesi ($\vec{g}$) olacaktır. Yerçekimi ivmesi sadece y doğrultusunda bileşene sahip olduğuna göre, cisim **y**

doğrultusunda sabit ivmeli hareket edecektir. İvmenin x bileşeni bulunmadığına göre, cisim ***x doğrultusunda sabit hızlı hareket*** edecektir.



$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ aralığında geçerli olan bu ifade $y=ax-bx^2$ şeklindeki parabol denklemi ile özdeştir. Bu durumda eğik olarak atılan bir cismin izlediği yolun bir parabol olduğunu söyleyebiliriz.

Eğik atılan cismin ulaşabileceği maksimum yükseklik (h_{max}):



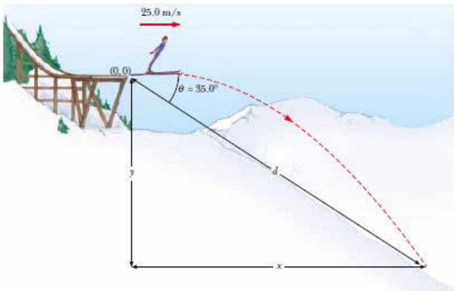
Eğik atılan cismin yatay eksende aldığı yol (Menzil):

Örnek 4.2: Uzun atlama yapan bir sporcu, yatayla 20^0 lik açı altında 11 m/s lik bir hızla fırlıyor.

a) Sporcu ne kadar yatay uzaklığa sıçrayabilir?

b) Ulaşabileceği maksimum yükseklik nedir?

Örnek 4.3: Bir kayak sporcusu, kayak pistini 25 m/s lik hızla yatay doğrultuda giderek terk eder. Aşağıya inişte 35^0 lik bir eğimle düşer. Sporcunun düştüğü noktanın koordinatlarını (x, y) hesaplayınız.



Örnek 4.4: Bir taş 45 m yüksekliğinde ki binanın tepesinden yatayla 30^0 lik bir açı altında ve 20 m/s lik ilk hızla yukarıya doğru fırlatılmaktadır.

a) Taş ne kadar süre havada kalır?
b) Zemine çarpmadan hemen önce taşın hızının büyüklüğünü bulunuz.
c) Taş zemine nerede çarpar?

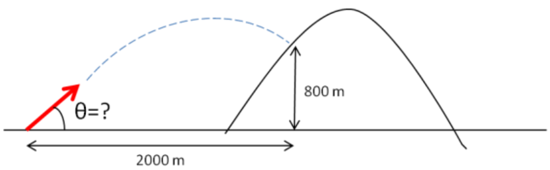
Örnek 4.5: Bir top yatayla θ açısı yapan bir doğrultuda v_i ilk hızı ile fırlatılıyor. Topun yatay menzili R'dir ve top maksimum R/6 yüksekliğine ulaşabilmektedir. R ve g cinsinden,

a) Topun hareket halinde olduğu süreyi,
b) Topun tepe noktasındaki hızının büyüklüğünü
c) θ açısını bulunuz.

Örnek 4.6: Yanan bir binadan d kadar uzaklıkta bulunan bir itfayeci, hortumun ağzından çıkan tazyikli suyu şekildeki gibi yatayın üstünde θ açısında sıkmaktadır. Suyun hızı v_i ise su hangi h yüksekliğinde binaya çarpar?

Örnek 4.7: 2 m boyundaki bir basketbolcu potadan 10 m uzakta ayakta durmaktadır. Sporcu topu yatayla 40^0 lik bir açı ile atarsa, topun arka panoya çarpmadan çemberden geçmesi için hangi ilk hızla atmalıdır? Potanın yüksekliği 3,05 m'dir.

Örnek 4.8: Namlu hızı 1000 m/s olan bir top bir dağın yamacında çığ başlatmak için kullanılacaktır. Hedef toptan yatay 2000 m ve yukarıya doğru 800 m uzaktadır. Hedefi vurabilmek için top yatayın yukarısında hangi açı ile ateşlenmelidir?



Örnek 4.9: Bir otomobil eğim açısının 37^0 olduğu dik bir yamaca park eder. Unutkan sürücü arabasını boşta bırakır ve el freni de tutmamaktadır. Otomobil 4 m/s^2 lik sabit bir ivmeyle, dik bir uçurumun kenarına doğru 50 m yol alarak, bayırdan aşağıya sükunetten itibaren yuvarlanır. Uçurumun yüksekliği okyanustan 30 m'dir.

a) Uçurumun kenarına ulaştığı zaman otomobilin hızını ve oraya gelmesi için geçen süreyi
b) Okyanusa düştüğü anda arabanın hızını,
c) Arabanın hareket halinde olduğu toplam zamanı,
d) Otomobilin okyanusa düştüğü anda, uçurumun dibine göre konumunu bulunuz.

5. HAREKET KANUNLARI

5.1 Kuvvet Kavramı

Hareket eden bir cismi durduran, duran bir cismi hareket ettiren, cisimlerin yön ve hareket doğrultusunu değiştiren etkiye "***kuvvet***" adı verilir. Bir cismi ittiğimizde ya da çektiğimizde, topa tekme attığımızda kas gücü ile birlikte cisme kuvvet uygulamış oluruz. Kuvvete maruz kalan cisimler ise ivme kazanır ve hareket karakteristikleri bu durumdan etkilenir. Cisme aynı anda birden fazla kuvvetin etki etmesi durumunda ise cismin hareketini net kuvvet belirler. ***Net kuvvet,*** cisim üzerine uygulanan kuvvetlerin tamamının vektörel toplamıdır. Herhangi bir cisme etki eden net kuvvet sıfır ise cismin dengede olduğu söylenebilir. ***Denge durumunda olan bir cisim ya durgundur ya da sabit hızla hareketine devam etmektedir.*** Cisimler üzerine etki eden kuvvetler etkileşim şekline bağlı olarak iki gruba ayrılır.

- **Temas Kuvvetleri:** İki cisim arasındaki fiziksel temas sonucu ortaya çıkan kuvvetlerdir. Yayın gerilmesi, topa tekme atılması, kapalı kaptaki bir gazın kabın çeperlerine uyguladığı kuvvetler…
- **Alan Kuvvetleri:** Cisimler arasında herhangi bir fiziksel temas yoktur. İki cisim boş uzay içinde etkileşirler. Kütle çekim kuvveti, elektrik yüklerinin birbirine uyguladığı kuvvet, bir çubuk mıknatısın demir çubuğa uyguladığı kuvvet…

5.2 Newton Hareket Kanunları

Isaac Newton cisimler üzerine etki eden kuvvet ve cismin hareketi arasındaki ilişkiyi 3 temel yasaya bağlayarak net bir şekilde açıklayan bilim insanıdır. 17. yüzyılda ortaya konulan bu yasalar bugün hala geçerliliğini korumaktadır. Viraja giren arabanın savrulması, bir otomobil içinde seyahat eden kişinin frene bastığı anda ileri doğru savrulması, uyduların dünya çevresindeki hareketi gibi pek çok olay bu yasalar ile açıklanabilmektedir.

- **Newton'un 1. Yasası (Eylemsizlik Prensibi):**

Eylemsizlik prensibi olarak bilinen Newton 1. yasası şu şekilde ifade edilmektedir. "***Bir cisme bir dış kuvvet etki etmedikçe, cisim durgun ise durgun kalacak, hareketli ise sabit hızla doğrusal hareketine devam edecektir.***" Bir cismin hızında meydana gelecek değişmeye direnmesi eğilimine o cismin ***eylemsizliği*** denir. Başka bir deyişle, ***eylemsizlik*** cisimlerin mevcut hareket durumlarını koruma eğilimidir.

- **Newton'un 2. Yasası (Dinamiğin Temel Prensibi):**

Newton'un 2. yasasına göre, "***bir cismin ivmesi cisim üzerine etki eden kuvvet ile doğru orantılıdır. Kuvvet ve ivme arasındaki orantı sabiti ise cismin kütlesidir.***" Bu hareket kanununa göre ***kütle, cismin herhangi bir kuvvet tarafından ivmelenmeye karşı gösterdiği dirençtir.*** Başka bir deyişle, kütle cismin sahip olduğu eylemsizliğin bir ölçüsüdür. Cismin kütlesi ne kadar büyük ise, sabit kuvvet etkisi altında kaldığında kuvvete o kadar çok direnecek ve daha az ivmelenecektir. Bu durumda ivme ve cismin kütlesi arasında ters orantı olduğunu söyleyebiliriz.

Cismin değişmez bir özelliği olan kütle, cismin çevresinden ve kütleyi ölçmek için kullanılan yöntemlerden bağımsızdır. Kütle ve ağırlığın birbiri ile karıştırılmaması çok önemlidir. Kütle ve ağırlık tamamen farklı fiziksel niceliklerdir. ***Bir cismin ağırlığı ona etki eden yerçekimi kuvvetinin büyüklüğüdür ve cismim konumuna göre değişir.*** Örneğin; dünyada 180 N ağırlığındaki bir cismin ay üzerindeki ağırlığı 30 N gelir. Bunun nedeni ayda yer çekimi ivmesinin dünyadaki yerçekiminin yaklaşık 1/6 kadar olmasıdır. Oysa bir cismin kütlesi her yerde aynı değere sahiptir.

Newton'un 2. yasasının matematiksel ifadesi ise:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

şeklindedir. $\sum \vec{F}$ ifadesinin vektörel bir eşitlik olduğuna ve bundan dolayı da aşağıdaki üç bileşen eşitliğine eşdeğer olduğuna dikkat edilmelidir.

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z$$

Kuvvetin birimi Newton (N)'dur. 1 kg kütleli bir cisim üzerine uygulandığında ona 1 m/s^2 lik ivme kazandıran kuvvet 1 Newton'a eşittir.

$$N = kg\frac{m}{s^2}$$

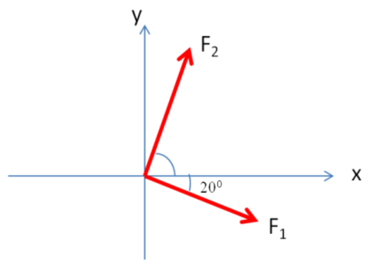
- **Newton'un 3. Yasası (Etki-Tepki Prensibi):**

Newton'un 3. Yasasına göre, ***"iki cisim etkileşiyor ise, 1. cismin 2. cisim üzerine uyguladığı F_{12} kuvveti, 2. cismin 1. cisim üzerine uyguladığı F_{21} kuvvetine eşit ve zıt yönlüdür."*** Yani,

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Kuvvetlerin her zaman çiftler halinde bulunduğunu veya yalıtılmış tek bir kuvvetin bulunmayacağını söyleyebiliriz. 1. cismin 2. cisme uyguladığı kuvvete "***etki kuvveti***" **,** 2. cismin 1 cisme uyguladığı kuvvete ise "***tepki kuvveti***" denir. Örneğin, bir çekiç ile çiviye vurduğumuzda, çekicin çiviye uyguladığı kuvvet etki kuvveti, çivinin çekice uyguladığı kuvvet ise tepki kuvvetidir.

Örnek 5.1: 0,30 kg kütleli bir hokey diski yatay sürtünmesiz bir buz zemin üzerinde kaymaktadır. Diske iki kuvvet etki eder. F_1 ve F_2 kuvvetlerinin büyüklükleri sırayla 5 ve 8N'dur. Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



5.3 Mekanik Problemlerde Karşılaşılan Kuvvet Çeşitleri

➢ **Ağırlık ve Çekim Kuvveti:**

Bir cisme dünyanın uyguladığı kuvvet, ***çekim kuvveti*** olarak adlandırılır ve $\vec{F}_g$ ile gösterilir. Bu kuvvet dünyanın merkezine doğru yönelmiştir ve bu kuvvetin büyüklüğü cismin ağırlığı olarak bilinir. Örneğin serbest düşme için Newton'un ikinci yasasını yazalım:

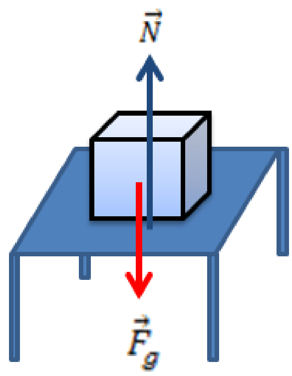
$$\sum F_g = ma$$

cismin ivmesi yerçekimi ivmesine eşit olduğuna göre ($\vec{a} = \vec{g}$), ağırlık kuvvetinin cismin kütlesi ile yerçekimi ivmesinin çarpımına eşit olduğunu söyleyebiliriz.

$$F_g = mg$$

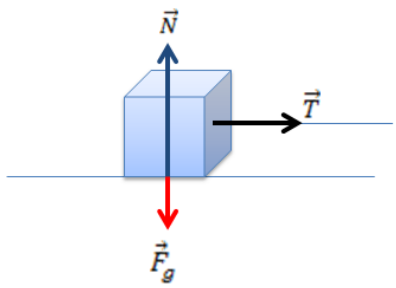
➢ **Normal Kuvveti:**

Herhangi bir yüzey üzerinde bulunan cisimlere yüzey tarafından cismin ağırlığını dengelemek üzere bir ***normal kuvveti*** uygulanır. Örneğin, masa üzerinde duran bir televizyon olduğunu düşünelim. Sahip olduğu ağırlık kuvveti nedeniyle televizyonun ivmelenmesi ve masayı delip yere düşmesi gerekirdi. Ancak televizyon masa tarafından kendisine uygulanan normal kuvveti nedeniyle dengede kalır. Normal kuvveti daima yüzeye dik ve yüzeyden dışa doğru yönelen bir kuvvettir. Normal kuvveti $\vec{N}$ sembolü ile gösterilir.

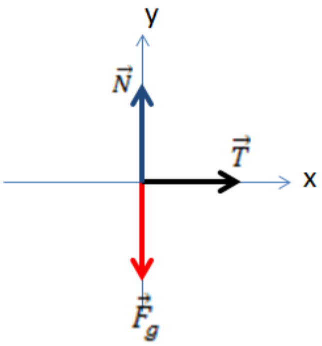


➢ **Gerilme Kuvveti:**

Bir cisim bir sicim ile çekildiği zaman, sicim cisme bir $\vec{T}$ kuvveti uygular ve bu kuvvetin büyüklüğüne ***gerilme*** denir. Düzgün yatay bir zemin üzerinde sağa doğru çekilen bir blok düşünelim. Bloğa ip boyunca bir T gerilme kuvveti etki edecektir.



Cisim üzerine etki eden bütün kuvvetlerin cismin ağırlık merkezine yerleştirilen bir referans sistemi üzerinde gösterilmesi ile elde edilen diyagrama ***“serbest cisim diyagramı (SCD)”*** denir. Örneğin yukarıda verilen ip ile sağa doğru çekilen bloğu tekrar ele alalım ve bu bloğa ait serbest cisim diyagramını çizelim. SCD çizildikten sonra x ve y eksenleri arasında kalan kuvvetler varsa, öncelikle bu kuvvetler bileşenlerine ayrılır. Daha sonra Newton’un 2. yasası her iki bileşen için ayrı ayrı yazılır.

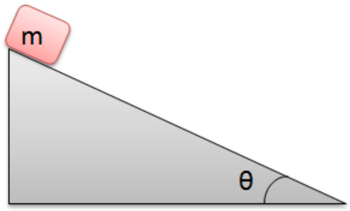


$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y$$

Örnek 5.2: Bir trafik lambası kablolarla bir desteğe asılmıştır. Üst taraftaki kablolar yatayla 37^0 ve 53^0 açı yapmaktadır ve lambanın ağırlığı 125 N’dur. Her bir kablodaki gerilmeyi bulunuz.

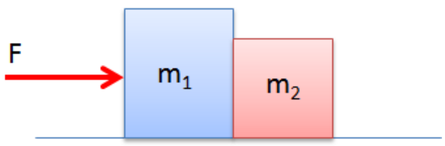
Örnek 5.3: Sürtünmesiz θ eğim açılı bir eğik düzlem üzerine m kütleli bir sandık konulmuştur.

a) Sandık serbest bırakılınca ivmesi ne olur?
b) Sandığın eğik düzlemin tepesinden serbest bırakıldığını varsayalım. Tepeden itibaren alt uca olan uzaklık d kadar ise bloğun alt uca varması için geçen zamanı ve alt uca vardığı andaki hızını bulunuz?

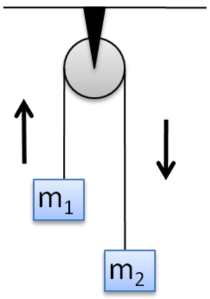


Örnek 5.4: m_1 ve m_2 kütleli iki blok, yatay sürtünmesiz ve düzgün bir yüzey üzerinde birbirine değecek şekilde yerleştiriliyor. Yatay F kuvveti m_1 kuvvetine uygulanıyor.

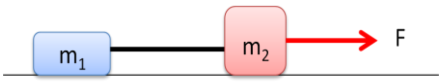
a) İki bloklu sistemin ivmesini bulunuz.
b) Her iki blok arasındaki temas (değme) kuvvetlerini bulunuz.



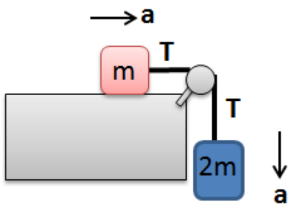
Örnek 5.5: Aşağıdaki şekilde verilen düzenekteki her iki kütlenin ivmesini ve ipteki gerilme kuvvetini hesaplayınız. ($m_2 > m_1$)



Örnek 5.6: m_1 ve m_2 kütleleri sürtünmesiz yatay bir zemine yerleştirilmiş ve ağırlıksız bir iple birbirine bağlanmıştır. Bir F kuvveti şekilde görüldüğü gibi sağa doğru m_2 kütlesine uygulanıyor. Sistemin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.



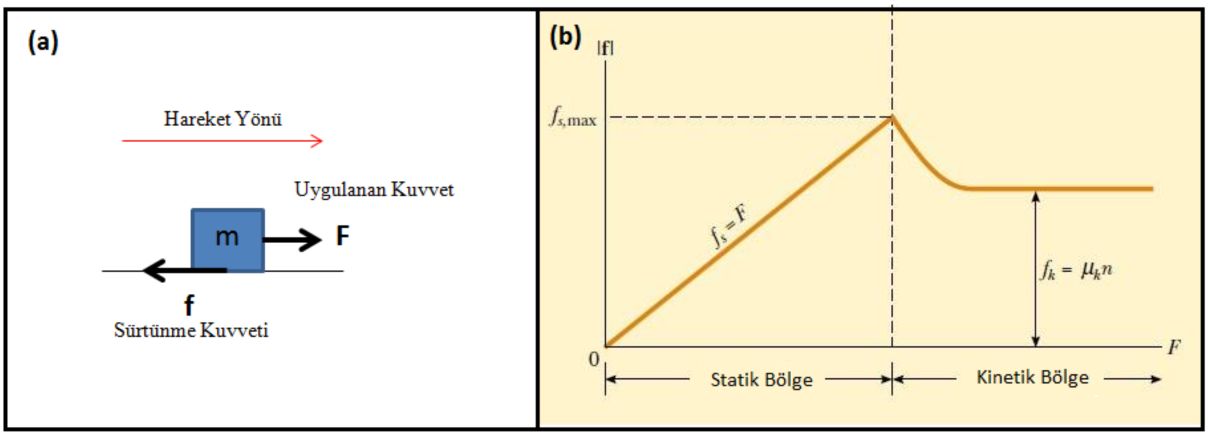
Örnek 5.7: m ve 2m kütleli iki blok şekildeki gibi birbirine bağlanmıştır. Masa yüzeyi ve makara <u>sürtünmesiz</u>dir. a) Her iki blok için serbest cisim diyagramını çiziniz. b) Blokların ivmesini (**a**) bulunuz. c) İpteki gerilmeyi (**T**) bulunuz.



- **Sürtünme Kuvveti:**

Bir cisim pürüzlü bir yüzey üzerinde hareket ediyorsa, yüzey ile cisim arasındaki etkileşmeden dolayı harekete karşı bir direnme ortaya çıkar. Bu direnme ***"sürtünme kuvveti"*** ile tanımlanır. Sürtünme kuvvetinin yönü daima cismin hareket doğrultusuna zıt yöndedir. Sürtünme kuvveti "$\vec{f}$" harfi ile gösterilir.

Yatay pürüzlü bir yüzey üzerinde bulunan m kütleli bloğu ele alalım. Bu bloğu zemin üzerinde zamanla artan bir dış $\vec{F}$ kuvveti ile sağa doğru çekelim. Uygulanan dış kuvvetin büyüklüğü cismi hareket ettirecek büyüklükte değilse, cisim hareket etmeyecektir. Cisim hareketsiz olduğuna göre x doğrultusundaki ivmesi de sıfır olacaktır $(\vec{a}_x = 0)$. Cisim hareket etmediği süre boyunca da, cisim üzerinde etkili ve bloğa uygulanan dış $\vec{F}$ kuvvetini dengeleyen bir sürtünme kuvveti söz konusu olacaktır. Birbirine göre <u>hareket etmeyen</u> iki cisim arasında oluşan bu sürtünme kuvvetine ***"statik sürtünme kuvveti"*** adı verilir. $\vec{f}_s$ ile gösterilir. F kuvveti zamanla arttıkça statik sürtünme kuvveti de doğru orantılı olarak artar. Uygulanan dış kuvvet belli bir eşik değerine ulaştıktan sonra ise cisim yüzey üzerinde hareket etmeye başlar. Cisim sağa doğru ivmeli hareket eder. Cisim <u>hareket etmeye başladıktan sonra</u>, cisim ve yüzey arasındaki sürtünme kuvvetine ise ***"kinetik sürtünme kuvveti"*** denir ve $\vec{f}_k$ ile gösterilir.



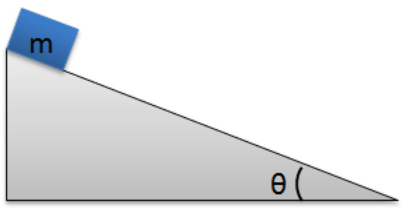
Statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü sabit değildir. 0'dan başlayarak uygulanan dış **F** kuvveti ile birlikte $\boldsymbol{f_{s,max}}$ değerine ulaşana kadar artar. Statik sürtünmenin maksimum değeri ise cisme etki eden normal kuvveti ile statik sürtünme katsayısının $(\boldsymbol{\mu_s})$ çarpımına eşittir.

$$\vec{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{s,max}} = \mu_s \vec{\boldsymbol{N}}$$

Dış kuvvet $\boldsymbol{f_{s,max}}$ değerini aştığı anda hareket başlar. Hareket eden cisme etki eden kinetik sürtünme kuvveti ise cisme etki eden normal kuvveti ile kinetik sürtünme katsayısının $(\boldsymbol{\mu_k})$ çarpımına eşittir.

$$\vec{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{k}} = \mu_k \vec{\boldsymbol{N}}$$

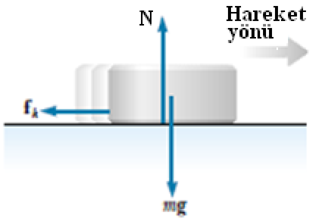
Örnek 5.8: m kütleli bir blok sürtünmeli bir eğik düzlem üzerindedir. Eğim açısı θ blok hareket edinceye kadar artırılabiliyor. Bloğun kaymaya başladığı kritik açı θ_c olduğuna göre, zemin ve blok arasındaki statik sürtünme katsayısını bulunuz.



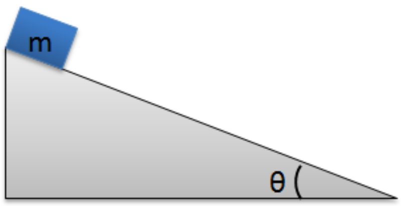
Statik sürtünme katsayısı cismin kütlesi ve yüzey alanından bağımsızdır. Sürtünme katsayıları sürtünen malzemelerin cinsine bağlıdır. Aşağıdaki tabloda bazı malzemeler için statik ve kinetik sürtünme katsayıları verilmiştir.

Sürtünme katsayıları	**Statik** (μ_s)	**Kinetik** (μ_k)
Çelik üzerinde çelik	0.74	0.57
Çelik üzerinde aluminyum	0.61	0.47
Çelik üzerinde bakır	0.53	0.36
Beton üzerinde kauçuk	1.0	0.8
Tahta üzerinde tahta	0.25–0.5	0.2
Cam üzerinde cam	0.94	0.4

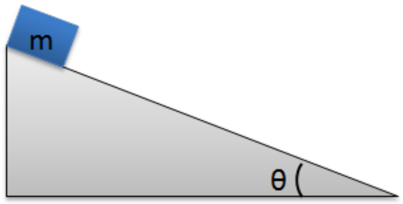
Örnek 5.9: Donmuş bir havuzda bir hokey diskine vuruluyor ve ona 20 m/s lik bir ilk hız kazandırılıyor. Disk buz yüzeyi üzerinde durmadan önce 115 m kayıyorsa, disk ile buz yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.



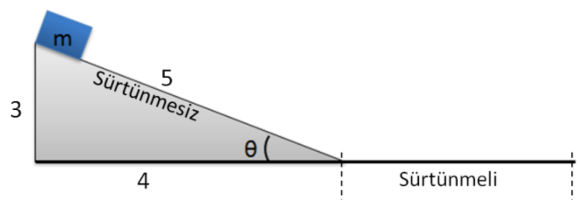
Örnek 5.10: Sürtünmeli bir eğik düzlem tepesinden serbest bırakılan 2 kg kütleli bir bloğun ivmesini hesaplayınız. Blok ile yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.2 ve eğik düzlemin açısı 30^0 dir.



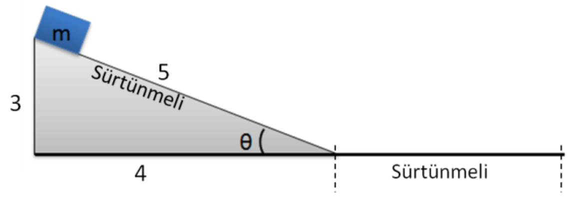
Örnek 5.11: Sürtünmeli bir eğik düzlem tepesinden 20 m/s lik bir ilk hız ile bırakılan 2 kg kütleli bir bloğun ivmesini ve eğik düzlem yüzeyi üzerinde durma mesafesini hesaplayınız. Blok ile yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.18 ve eğik düzlemin açısı 5^0 dir.



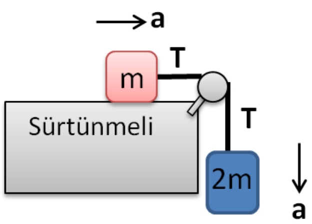
Örnek 5.12: 3 kg kütleli bir blok sürtünmesiz eğik düzlemin tepesinden serbest bırakılıyor. Eğik düzlemin en alt ucuna inen blok daha sonra sürtünmeli yatay zemin üzerinde ilerlemeye devam ediyor. Yatay zemin ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.25 ise bloğun yatay zemin üzerindeki durma mesafesini bulunuz.



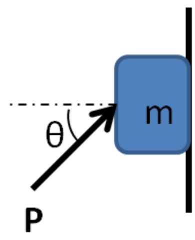
Örnek 5.13: Bir önceki örneği eğik düzlemin yüzeyi ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısının 0.5 olduğunu düşünerek yeniden çözünüz ve sürtünmeli yatay zemin üzerindeki bloğun durma mesafesini bulunuz.



Örnek 5.14: Masa yüzeyi ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısının 0.25 olduğu durum için bir önceki örnekteki blokların ivmesini ve ipteki gerilme kuvvetini bulunuz.

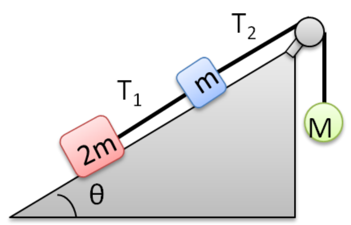


Örnek 5.15: 3 kg kütleli bir blok 50^0 lik bir açı altında P kuvveti ile duvara karşı itiliyor. Duvar ve blok arasındaki statik sürtünme katsayısı 0.25 olduğuna göre bloğun aşağıya düşmemesi için uygulanması gereken P kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz.

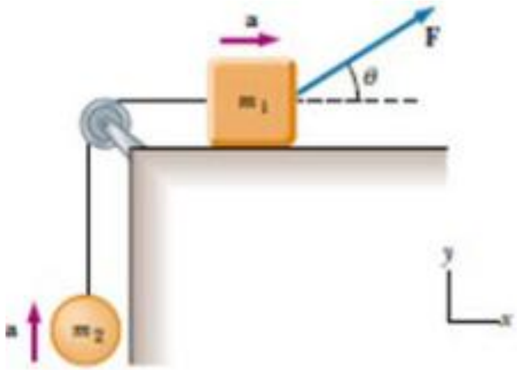


Örnek 5.16: Şekilde birbirine bağlı üç kütleden oluşan bir sistem veriliyor. Eğik düzlem yüzeyinde sürtünme yoktur. Sistem dengede olduğuna göre m ve g ye bağlı olarak

a) M kütlesinin büyüklüğü,
b) T_1 ve T_2 gerilme kuvvetlerini,
c) Eğer M kütlesi iki katına çıkarılırsa, cisimlerin ivmesini ve iplerdeki gerilme kuvvetlerini bulunuz.

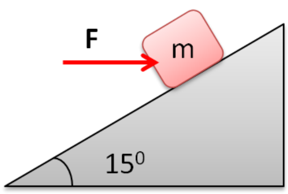


Örnek 5.17: Pürüzlü bir yüzey üzerindeki m_1 kütleli blok, hafif bir iple sürtünmesiz ve kütlesi ihmal edilebilir bir makara üzerinden m_2 kütleli küresel cisme bağlanmıştır. m_1 bloğuna şekildeki gibi yatayla θ açısı yapan bir **F** kuvveti uygulanıyor. Blok ile zemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k ise, sistemin ivmesini bulunuz.

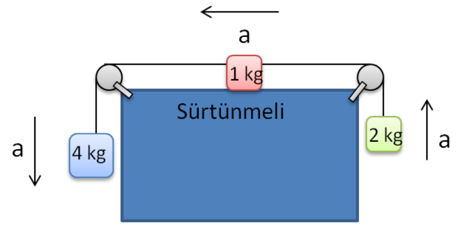


Örnek 5.18: Şekilde 15^0 eğimi olan sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde 25 kg lık bir blok yatay bir F kuvveti ile itilmektedir.

a) Bloğun dengede kalması için gerekli F kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz.
b) Bloğu iterken bu kuvvetin üç katını uygularsak, bloğun ivmesi ne olur?

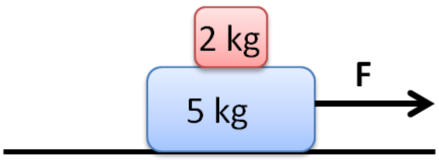


Örnek 5.19: Üç blok şekildeki gibi birbirlerine bağlanmıştır. Masa pürüzlü ve kinetik sürtünme katsayısı 0.35 dir. Her bir bloğun ivmesini ve iplerdeki gerilme kuvvetlerini bulunuz.



Örnek 5.20: 2 kg lık blok 5 kg lık blok üzerine şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Yatay zemin yüzeyi ile 5 kg lık blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0.2'dir. 5 kg lık blok yatay F kuvveti ile sağa doğru çekilmektedir. Her iki bloğun 3 m/s^2 lik ivmeyle çekilebilmesi için gerekli F kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz.

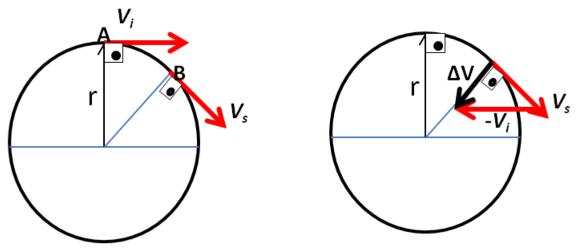
(**NOT:** 2 kg lık blok 5 kg lık blok üzerinde kaymadan onunla birlikte aynı ivme ile hareket etmelidir.)



6. DAİRESEL HAREKET

6.1 Düzgün Dairesel Hareket:

Sabit v hızı ile dairesel yörüngede ilerleyen bir cismin hareketini ele alalım. Yol boyunca cismin hızının büyüklüğü daima sabittir. Fakat hız vektörü sürekli yön değiştirdiği için cismin ivmeli hareket ettiği söylenebilir. Dairesel bir yörüngede cismin hızının büyüklüğünün zamanla değişmediği bu harekete "***düzgün dairesel hareket***" denir. Dairesel yörüngede hareket eden bir cismin herhangi bir andaki hız vektörü daima dairesel yörüngeye teğet yani dairesel yörüngenin yarıçap doğrultusuna diktir. Şekil 5.1'de dairesel yörüngede hareket eden bir cismin A ve B noktalarındaki hız vektörleri dairesel yörüngeye teğet olarak çizilmiştir. Bu cismin ivme vektörünün yönü ise son *(B noktası)* ve ilk *(A noktası)* hız vektörlerinin farkı ile belirlenir. Şekilde görüldüğü gibi hız vektörlerinin büyüklükleri eşit olduğundan ΔV fark vektörünün $(\Delta V = V_s - V_i)$ ve cismin ivmesinin yönü daima dairesel yörüngenin merkezine doğru olacaktır. Bu tür ivmeye "***merkezcil (radyal) ivme***" adı verilir.



$\overrightarrow{a_r}$ ile ifade edilen merkezcil ivmenin büyüklüğü ise hız vektörünün büyüklüğünün karesi ile doğru orantılı, yörünge yarıçapı ile ters orantılıdır.

$$\overrightarrow{a_r} = \frac{V^2}{r}$$

6.2 Düzgün Olmayan Dairesel Hareket:

Eğer dairesel hareket yapan cismin hızı vektörünün hem yönü hem de büyüklüğü zamanla değişiyor ise bu cismin "***düzgün olmayan dairesel hareket***" yaptığı söylenir. Bu şekilde hareket eden bir cisim hem hızının büyüklüğündeki hem de yönündeki değişme nedeniyle iki farklı ivmeye sahip olur.

Teğetsel ivme: Cismin hızının büyüklüğündeki değişmeden kaynaklanır. Ani hız vektörüne paraleldir ve büyüklüğü

$$\overrightarrow{a_t} = \frac{d|\vec{V}|}{dt}$$

İle verilir.

Radyal ivme: Cismin hız vektörünün doğrultusundaki değişmeden doğar ve büyüklüğü

$$\overrightarrow{a_r} = \frac{V^2}{r}$$

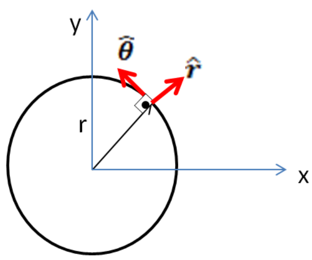
şeklindedir. Cismin toplam ivmesi ise radyal ve teğetsel ivme vektörlerinin vektörel toplamına eşittir.

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_r}$$

Dairesel yörüngede hareket eden bir cismin ivmesini polar koordinatlarda kullanılan $\hat{\boldsymbol{r}}$ ve $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ birim vektörleri ile yazmak daha uygundur.

$\hat{\boldsymbol{r}}$: Yarıçap vektörü boyunca uzanan ve dairenin merkezinden dışa doğru radyal olarak yönelen birim vektördür.

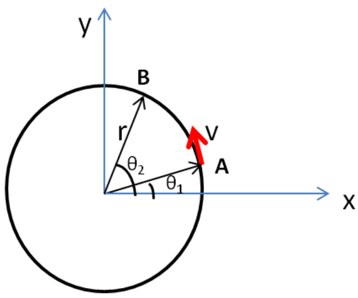
$\hat{\boldsymbol{\theta}}$: Daireye teğet birim vektördür.



Polar birim vektörler ile cismin toplam ivmesini aşağıdaki gibi yazabiliriz. Radyal ivmenin önündeki eksi işareti bu ivmenin yönünün daima dairenin merkezine doğru olmasından (yani $\hat{\boldsymbol{r}}$ 'nin tersi yön) kaynaklanır.

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_r} = \frac{d|\vec{V}|}{dt}\,\hat{\boldsymbol{\theta}} - \frac{V^2}{r}\,\hat{\boldsymbol{r}}$$

Dairesel yörüngede hareket eden bir cismin hareketi ile ilgili olarak tanımlanan önemli kavramlardan biri ***açısal hız (w)*** dır. Açısal hız, dairesel yörüngede hareket eden cismin birim zamanda yaptığı açısal yer değiştirme miktarı olarak tanımlanır. Açısal hızın birimi ise **rad/s'** dir. Şekildeki gibi v hızı ile A noktasından B noktasına ilerleyen bir cisim düşünelim.



Cismin açısal hızı, açısal yer değiştirme miktarının geçen zamanı oranı ile hesaplanır.

$$w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

Başlangıç anında zaman sıfır olarak alınırsa $(t_1 = 0)$ açısal hız için

$$w = \frac{\Delta\theta}{t}$$

yazılabilir. Cismin dairesel yörünge üzerinde alacağı çizgisel yol miktarı (Δs)ise $\Delta\theta$ açı farkına karşılık gelen dairesel yay parçasının uzunluğuna eşit olur. Trigonometri bilgilerimizi kullanırsak, r yarıçaplı bir dairede $\Delta\theta$ açısının oluşturduğu yayın uzunluğu

$$\Delta s = r\,\Delta\theta$$

olur. Yukarıdaki ifade de açısal yerdeğiştirme yerine açısal hız kullanılırsa,

$$\Delta s = r\,w\,t$$

elde edilir. Ayrıca cismin çizgisel hızının

$$v = \frac{\Delta s}{t}$$

olarak tanımlandığı düşünülürse, cismin çizgisel hızı ile açısal hızı arasındaki ilişki elde edilmiş olur.

$$v = r\,w$$

Bir dairesel yörüngede tam bir devir(dönüş) 2π radyan (360^0) karşılık gelir.

Periyot (T) : Cismin tam bir devir yapması için geçen süredir.

$$T = \frac{saniye}{devir}$$

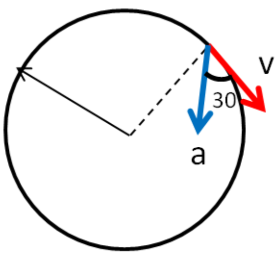
Frekans (f): Bir saniyedeki devir sayısıdır. Periyodun tersine eşittir.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{devir}{saniye}$$

Açısal hız ve periyot arasındaki ilişki ise şu şekildedir.

$$w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Örnek 6.1: Belirli bir anda 2.5 m yarıçaplı bir dairenin çevresinde hareket eden bir cismin toplam ivme ve hız vektörü şekildeki gibidir. Cismin toplam ivme vektörünün büyüklüğü ise 15 m/s^2 dir. Cismin radyal ivmesini, hızını ve teğetsel ivmesini bulunuz.



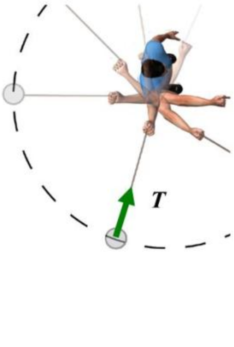
Örnek 6.2: Bir tren virajı dönerken hızını 15 s içinde 90 km/h den 50 km/h ye düşürmektedir. Virajın yarıçapı 150 m'dir. Trenin hızı 50 m/s ulaştığı anda ivmesini bulunuz.

6.3 Newton Yasalarının Düzgün Dairesel Harekete Uygulanması:

Bu kısımda dairesel yörüngede hareket eden cisimlere Newton mekaniğinin nasıl uygulanacağını öğreneceğiz. Örneğin, m kütleli bir topun r uzunluğunda bir ipin ucuna bağlandığını ve yatay düzlemde dairesel bir yörüngede sabit hızla döndüğünü varsayalım. Top eylemsizliğinden dolayı doğrusal bir yol boyunca ilerlemek ister, ancak ipin topa uyguladığı kuvvet nedeniyle dairesel bir yörüngede hareket eder. Bu gerilme kuvveti ip boyunca ve merkeze doğru yönelmiştir. Biliyoruz ki dairesel yörüngede hareket eden cisim hız vektörünün yönündeki değişiklik nedeniyle radyal (merkezcil) bir ivmeye sahiptir. Newton ikinci yasasını uygularsak, bu merkezcil ivmeye neden olan net kuvvet değeri için

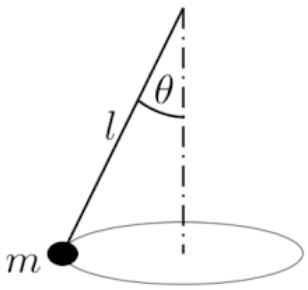
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_r = m\frac{v^2}{r}$$

buluruz. Cisme etki eden merkezcil kuvvet ortadan kalkarsa (ip koparsa), cisim dairesel hareketini sürdüremez ve dairesel yörüngeye teğet olan doğrultuda savrularak doğrusal bir yörüngede hareket etmeye başlar. İpteki gerilme kuvveti gibi cisimlerin dairesel yörüngede kalmasını sağlayan bu tür kuvvetlere ***merkezcil kuvvet*** adı verilir. Merkezcil kuvvet hayali bir kuvvet olup, gerçekte cisim üzerine etki eden bir dış kuvvet değildir. Sadece cisim üzerine etki eden diğer dış kuvvetlerin radyal bileşenleri toplamı merkezcil kuvveti oluşturur.



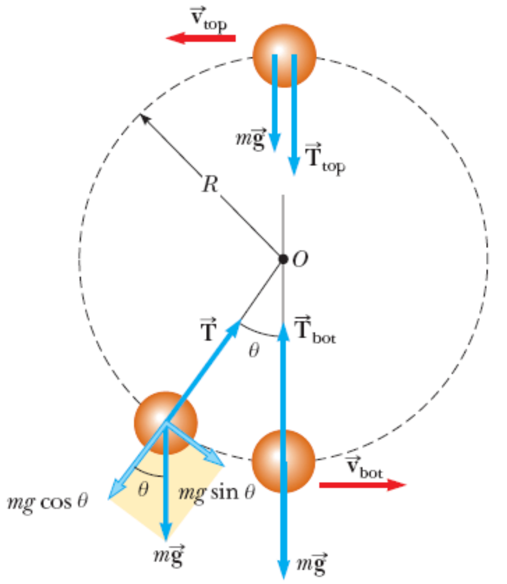
Örnek 6.3: 0.5 kg kütleli bir top 1.5 m uzunluğundaki kablonun ucuna bağlanmıştır. Top yatay düzlemde, dairesel yörünge de hızla dönüyor. Kablo 50 N luk maksimum gerilmeye dayanabiliyorsa, kopmadan hemen önce topun sahip olabileceği maksimum sürati nedir?

Örnek 6.4: Kütlesi m olan bir cisim *l* uzunluklu bir iple tavana asılmıştır. Bu cisim r yarıçaplı yatay dairesel bir yörünge üzerinde v hızıyla dönmektedir. Cismin hızını bulunuz.

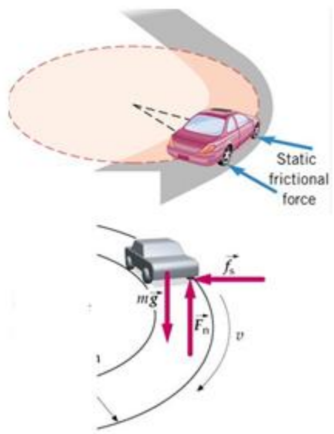


Örnek 6.5: Uydular neden dünyaya düşmez?

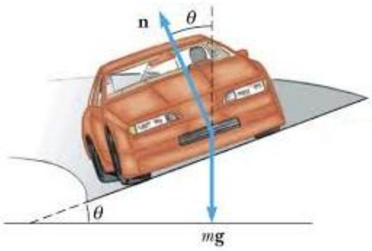
Örnek 6.6: Kütlesi m olan küçük bir küre, R uzunluğunda bir ipin ucuna bağlanarak düşey düzlemde O noktası etrafında dairesel yörüngede döndürülüyor. Cismin hızının büyüklüğü v olduğu ve ipin düşeyle θ açısı yaptığı bir anda ipteki gerilme kuvvetini bulunuz.



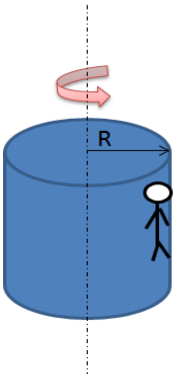
Örnek 6.7: 1500 kg kütleli bir araba 35 m yarıçaplı bir virajda hareket etmektedir. Yol ve tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı kuru zemin için 0.5 ise, arabanın emniyetli olarak dönebileceği maksimum hızı bulunuz.



Örnek 6.8: Bir mühendis arabaların sürtünmeye güvenmeksizin savrulmadan dönebilecekleri eğimli bir otoyol virajı yapmak istiyor. Bir arabanın böyle bir virajı 13.4 m/s lik bir hızla güvenli dönebilmesi için yolun eğimi kaç derece olmalıdır. Virajın yarıçapı 50 m'dir.



Örnek 6.9: Bir eğlence parkında ekseni etrafında dönen düşey geniş bir silindir vardır. Silindir, içindeki bir kişinin duvarından düşmeden durabilmesi için yetecek hızda dönüyor. Silindir ile kişi arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s ve silindir yarıçapı R'dir. Kişinin düşmeden dönebilmesi için maksimum dönme periyodunu $T = \sqrt{4\pi^2 R\mu_S/g}$ olduğunu gösteriniz. (*Not: Periyot ile lineer hız arasındaki ilişki* $v = 2\pi r/T$ *şeklindedir.*)



7. İŞ VE KİNETİK ENERJİ

7.1 Sabit Bir Kuvvetin Yaptığı İş:

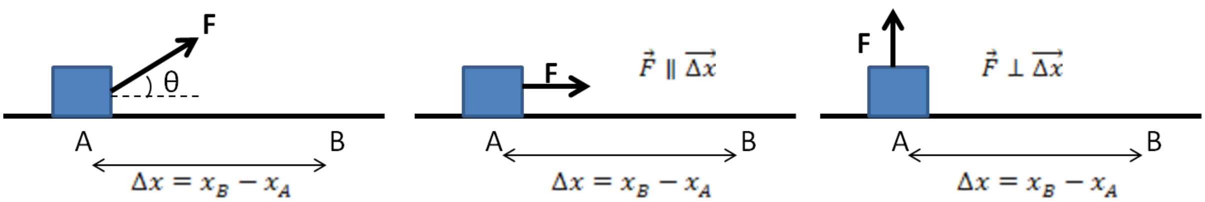
Bir cismi sabit bir kuvvet uygulayarak hareket ettirdiğimizde, kuvvet tarafından yapılan iş cismin yer değiştirme vektörü ile kuvvetin skaler çarpımı ile hesaplanır.

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta X}$$

Burada dikkat edilmesi gereken husus, uygulanan kuvvetin sadece cismin hareket doğrultusuna paralel bileşeninin iş yapıyor olmasıdır. Uygulanan kuvvetin hareket doğrultusuna dik bileşeni ise iş yapmaz. İş birimi *Newton-metre (Nm)* ya da *Joule (J)* dür. İş skaler bir büyüklüktür ve sıfırdan büyük, sıfır veya sıfırdan küçük olabilir.

W > 0 : Uygulanan kuvvet hareket yönünde

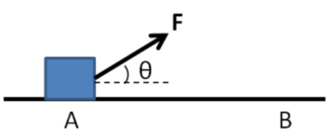
W > 0 : Uygulanan kuvvet hareket yönüne ters yönde $\vec{F} \parallel \overrightarrow{\Delta x}$



Sabit bir kuvvet tarafından yapılan iş, kuvvetin yer değiştirme yönündeki bileşeni ile yer değiştirme miktarının çarpıma eşittir.

$$W = (F\cos\theta)(\Delta x)$$

Örnek 7.1: Bir adam bir cismi yatayla 30^{o}'lik bir açıda F=50 N büyüklüğünde bir kuvvet ile çekiyor. Cisim yataya doğru 3m yer değiştirdiğinde kuvvetin cisim üzerinde yaptığı işi hesaplayınız.



7.2 Değişken Bir Kuvvetin Yaptığı İş:

Cisme etki eden kuvvetin büyüklüğü şekilde olduğu gibi yerdeğiştirme miktarına bağlı olarak değişiyorsa, bu kuvvetin yaptığı işi hesaplamak için cismin toplam yerdeğiştirme miktarı çok çok küçük Δx parçalara ayrılır. Söz konusu Δx uzunlukları çok küçük olduğundan bu aralık için uygulanan kuvvetin değerinin sabit olduğu varsayımı yapılabilir.Bu kuvvetin her bir Δx yerdeğişmesi ile yaptığı iş

$$\Delta W = F.\Delta x$$

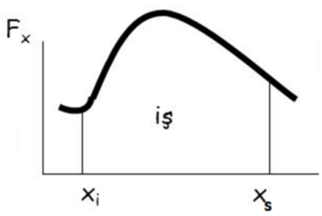
olarak yazılabilir. Yapılan toplam işi bulmak istersek her Δx aralığında yapılan işleri (F.Δx) toplamamız gerekecektir. Bu toplamı (∑) matematiksel olarak ifade edersek:

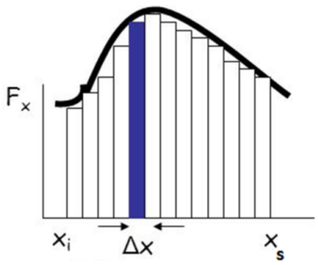
$$W = \sum_{x_i}^{x_s} F.\Delta x$$

Yer değiştirme Δx çok küçük alındığından toplam iş ifadesi yukarıdaki kesikli toplam (∑) ifadesi sürekli toplam (∫) ifadesine dönüşür. Sürekli toplamı gösteren bu ifade matematikte "integral" olarak bilinir.

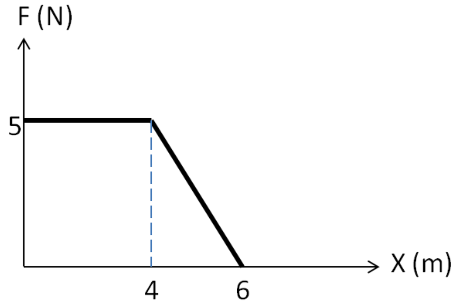
$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_s} F.\Delta x = \int_{x_i}^{x_s} \vec{F}.d\vec{x}$$

yukarıdaki integral ifadesi kullanılır. Başka bir deyişle, konuma bağlı olarak değişim grafiği verilen bir kuvvetin yaptığı toplam iş, bu kuvvet eğrisinin altında kalan alana eşittir.





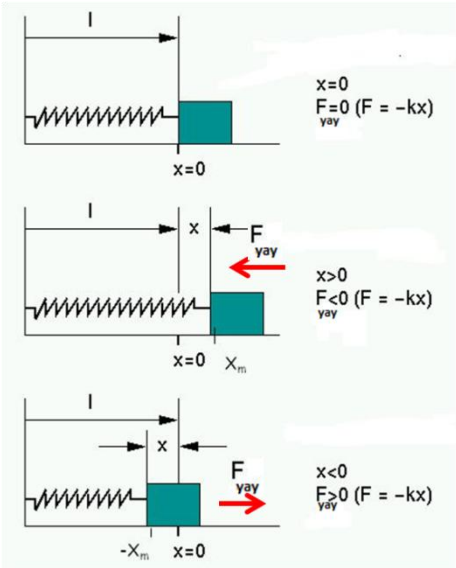
Örnek 7.2. Bir cismin üzerine etkiyen kuvvet şekilde görüldüğü gibi x ile değişmektedir. Cisim x=0'dan x=6m'ye hareket ettiğinde kuvvetin yaptığı işi hesaplayınız.



Konuma göre değişen kuvvete verilebilecek güzel bir örnek kütle yay-sistemidir. Bir yayın uyguladığı kuvvet, yayın denge noktasından ne kadar uzaklaştığı (x) ile ve yayı karakterize eden yay sabiti (k) ile orantılıdır. Şekil 6.3 de verilen cisim pürüzsüz yatay bir zemin üzerinde ve bir yaya bağlanmıştır. Yay denge konumundan gerilir ya da sıkıştırılırsa cisim üzerine

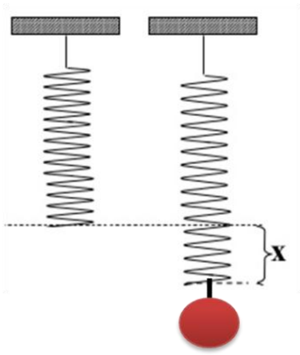
$$F_{yay} = -kx$$

şeklinde verilen yay kuvveti (F_{yay}) uygulanır. Burada, x denge konumuna göre yer değiştirme ve k yay sabitidir. Yer değiştirme ve kuvvet arasındaki bu ilişki "***Hooke Kanunu***" olarak bilinir. Yay sabiti yayın sert ya da yumuşak olmasına bağlı olarak değişen sabit değerlere sahiptir. Yay sabitinin birimi ise *N/m* dir.

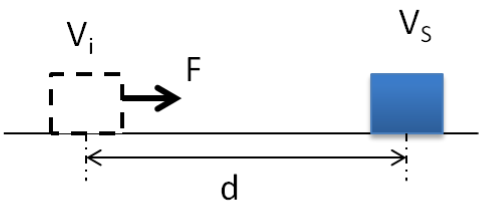


Örnek 7.3: m kütleli bir blok yay sabiti k olan yayın ucuna bağlanmıştır ve yatay zemin üzerinde serbestçe hareket edebilmektedir. Başlangıçta yay denge konumuna göre x kadar sıkıştırılmış ve daha sonra serbest bırakılmıştır. Blok $x_i = -x$'den $x_s = 0$'a hareket ederken yay kuvvetinin yaptığı işi hesaplayın.

Örnek 7.4: Bir yayın yay sabitini ölçmek üzere düşey olarak asılır ve 0.5 kg kütleli bir cisim yayın alt ucuna tutturulur. Yay 2 cm kadar uzadığına göre yay sabitini hesaplayınız.



7.3 İş- Kinetik Enerji Teoremi:
Sabit bir F kuvvetinin etkisi altında sağa doğru hareket eden m kütleli bir cismi göz önüne alalım. Cismin, kuvvet uygulanmadan önceki hızı V_i, F kuvveti d mesafesi boyunca uygulandıktan sonraki hızı da V_s olsun.



Newton ikinci yasasına göre cisme etki eden toplam kuvvet

$$F = ma = m\frac{dv}{dt}$$

Şeklindedir. Konum değişikliğinin ise $dx = vdt$ olduğu düşünülürse, F kuvvetinin yaptığı iş için

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F\,dx = \int_{v_i}^{v_s} m\frac{dv}{dt}\,v\,dt = \int_{v_i}^{v_s} mv\,dv$$

$$= \frac{1}{2}m\,v_s^2 - \frac{1}{2}m\,v_i^2$$

$$= K_s - K_i = \Delta K$$

Elde edilen sonuca göre F kuvveti tarafından yapılan iş, cismin kinetik enerjisindeki değişime eşittir. Bu sonuç ***"iş-kinetik enerji teoremi"*** olarak bilinir.

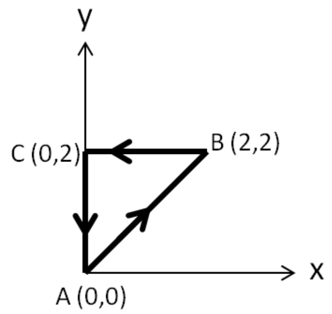
$$W = \Delta K$$

Örnek 7.5: A noktasından V_A ilk hızı ile yukarı doğru fırlatılan bir cisim B noktasına kadar ulaşabiliyor. Cisim A noktasından B noktasına giderken yerçekimi kuvvetinin yapmış olduğu işi hesaplayınız.

Örnek 7.6: 10 kg kütleli bir sandık 1.5 m/s lik bir hızla, pürüzsüz bir eğik düzlem boyunca 100 N luk F kuvveti ile çekilmektedir. Sandık 5 m lik bir uzaklığa çekilirse yerçekimi kuvvetinin ve F kuvvetinin yaptığı işi hesaplayınız. Sandığın kinetik enerjisindeki değişimi ve 5 m çekildikten sonraki hızını bulunuz.

Örnek 7.7: Bir parçacık üzerine etki eden $F = (3i + 4xj)\ N$ fonksiyonu ile verilmektedir.

a) A noktasından B noktasına gidildiğinde yapılan işi
b) B noktasından C noktasına gidildiğinde yapılan işi
c) C noktasından A noktasına gidildiğinde yapılan işi
d) Yapılan toplam işi bulunuz.
e) F kuvveti **korunumlu** bir kuvvet midir?

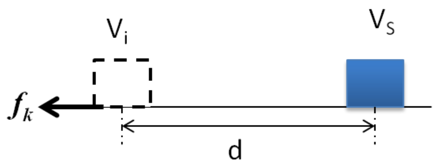


Örnek 7.8: Aşağıdaki kuvvetlerin "**korunumlu kuvvet**" olup olmadığını gösteriniz.

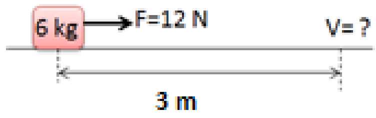
a) Yerçekimi kuvveti
b) Sürtünme kuvveti

7.4 Kinetik Sürtünmeyi İçeren Durumlar:

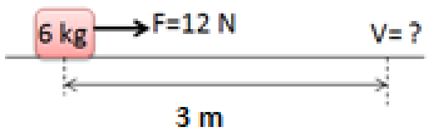
Yatay pürüzlü bir yüzeyde kayan bir cismin hareketini çözümlemede, sürtünme kuvvetini göze almanın bir yolu, sürtünmeden dolayı oluşan enerji kaybını belirlemektir.



Örnek 7.9: Başlangıçta durgun olan 6 kg'lık bir blok, 12 N luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay **<u>sürtünmesiz</u>** bir yüzey boyunca çekilmektedir. Blok 3 m lik uzaklığa gittikten sonra hızını bulunuz.

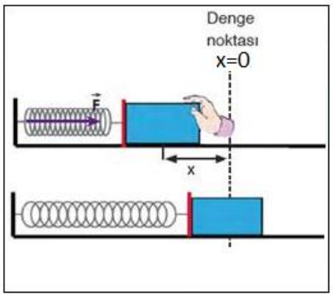


Örnek 7.10: Başlangıçta durgun olan 6 kg'lık bir blok, 12 N luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay bir yüzey boyunca çekilmektedir. Yüzey ile blok arasındaki sürtünme katsayısı 0.15 ise, blok 3 m lik uzaklığa gittikten sonra hızını bulunuz.



Örnek 7.11: 1,6 kg kütleli bir blok, şekildeki gibi kuvvet sabiti 10^3 N/m olan bir yaya bağlanmıştır. Yay 2 cm sıkıştırılmıştır.

- **a)** Yüzey sürtünmesiz olduğuna göre, bloğun x=0 konumundan geçerken hızı nedir?
- **b)** 4N luk sabit bir sürtünme kuvveti blok serbest bırakıldığı andan itibaren harekete karşı koyarsa denge konumundan (x=0) geçerken bloğun hızı ne olur?



8. POTANSİYEL ENERJİ VE ENERJİNİN KORUNUMU

8.1 Potansiyel Enerji:

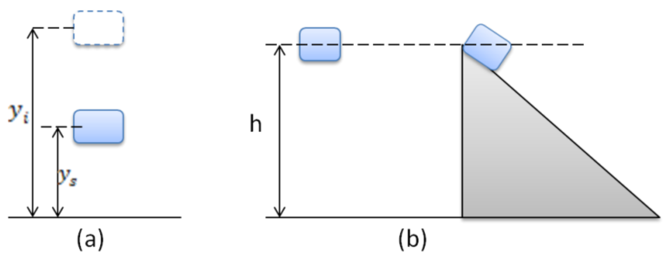
Birbiri ile etkileşim halinde olan parçacıklardan oluşan bir sistemin, bu parçacıklar arasındaki etkileşim kuvvetlerinden kaynaklanan ve bu parçacıkların birbirlerine göre konumlarına bağlı olarak değişen enerjiye ***"potansiyel enerji"*** adı verilir. Birimi Joule olan potansiyel enerji U harfi ile temsil edilecektir. Bu ders kapsamında iki farklı potansiyel enerjiden bahsedeceğiz.

Kütle-Çekim Potansiyel Enerjisi

Bir cismin seçilen bir referans sistemine göre bulunduğu yükseklikten ötürü sahip olduğu enerjiye "***kütle çekim potansiyel enerjisi"*** denir. Başka bir deyişle, dünyanın yerçekiminden dolayı cismin kazanmış olduğu enerjidir. Kütle çekim potansiyel enerjisi cismin yüksekliği ve kütle çekim kuvvetinin çarpına eşittir.

$$U_g = mgy$$

Örneğin; herhangi bir yükseklikten aşağıya doğru serbest düşen bir cismi düşünelim. Cisim aşağıya doğru düşerken, cisim üzerinde aşağıya doğru bir çekim kuvveti (F_g) etkili olacaktır. Bundan önceki kısımda öğrendiğimiz iş ve kinetik enerji kavramlarını hatırlayacak olursak, cismin hareketi ile aynı yönde etkili olan F_g cisim üzerinde ***pozitif bir iş*** yapacaktır. Ayrıca, hava sürtünmesi ihmal edilecek olursa, yapılan toplam iş kinetik enerji değişimine eşit olmalıdır. Bu durumda, kinetik enerji değişimi de pozitif olmalı ve cismin ***kinetik enerjisi aşağıya doğru indikçe artmalıdır***. Yere doğru düşen cismin hızının giderek artmasının nedeni bu şekilde açıklanabilir.



Kütle çekim kuvvetinin bir cisim üzerinde yaptığı işi hesaplamaya çalışalım:

$$W = \overrightarrow{F_g}.\overrightarrow{\Delta y} = (-mg)\hat{\boldsymbol{j}}.(y_s - y_i)\hat{\boldsymbol{j}}$$

$$= -mg(y_s - y_i)$$

$$= -(mgy_s - mgy_i)$$

$$= -\,\Delta U$$

Elde edilen sonuca göre kütle çekim kuvvetinin yaptığı iş cismin ***potansiyel enerjisindeki değişimin negatifine*** eşittir. Kütle çekim kuvvetinin yaptığı iş düşey doğrultudaki hareket ile ilişkilidir. Yatay doğrultudaki hareket sonucunda çekim kuvveti iş yapmaz. Şekil (b) de verilen örnekteki gibi cisim serbest olarak yere düştüğünde ya da eğik düzlem üzerinde yol alarak yere indiğinde de çekim kuvvetinin yaptığı iş aynı olacaktır.

Esneklik Potansiyel Enerjisi:

Esnek cisimlerde şekil değişikliği oluşturulması sonrasında depolanan enerjiye **"esneklik potansiyel enerjisi"** denir. Bunun en güzel örneği, sarmal bir yayın denge konumuna göre sıkıştırılması ya da gerilmesi durumunda yayda depolanan enerjidir. Budan önceki kısımda gerilen ya da sıkıştırılan bir yayda geri çağırıcı nitelikte olan yay kuvvetinin oluştuğunu öğrenmiştik. Hooke kanununa göre yay kuvveti denge konumundan uzaklığa bağlı olarak değişmektedir.

$$\vec{F}_{yay} = -\,k\vec{x}$$

Şekilde verilen denge konumuna göre x kadar sıkıştırılmış bir yay düşünelim. Yay serbest bırakılsın ve yay ucuna yerleştirilmiş olan blok yay ile birlikte +x doğrultusunda hareket etsin. Bu hareket sırasında yay kuvveti tarafından blok üzerinde yapılan iş

$$W_{yay} = \int_{x_i=-x}^{x_s=0} F_{yay}\,dx = \int_{x_i=-x}^{x_s=0} -kx\,dx$$

$$= -\frac{1}{2}k\,x^2\Big|_{x_i=-x}^{x_s=0}$$

$$= -0 + \frac{1}{2}k\,x^2$$

Yay kuvveti tarafından yapılan iş yay üzerinde depolanan esneklik potansiyel enerjisindeki değişimin negatifine eşit olacaktır.

$\Delta U_{yay} = U_{yay,s} - U_{yay,i} = -\frac{1}{2}k\,x^2$ (*)

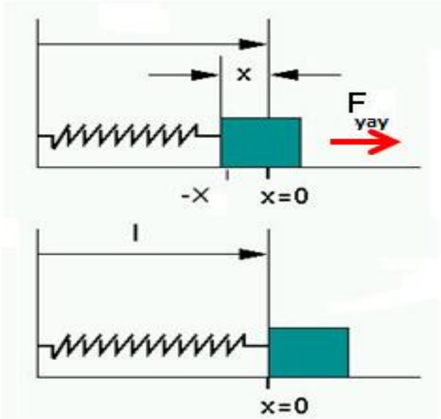
Son durumda yani yay denge konumuna ulaştığında üzerinde depolanan enerjinin tamamı sıfırlanacaktır. Bu durumda $U_{yay,s} = 0$ olacaktır. Yukarıda verilen iş ve potansiyel enerji değişimi (*) denklemine göre ise yayın sıkışmış olduğu ilk durumdaki potansiyel enerjisi ise

$$U_{yay,i} = \frac{1}{2}k\,x^2$$

olacaktır. Elde edilen bu sonuca göre denge konumundan x kadar sıkıştırılan bir yayda depolanan enerji yani esneklik potansiyel enerjisi

$$U_{yay} = \frac{1}{2} k\, x^2$$

olarak tanımlanabilir.



8.2 Mekanik Enerjinin Korunumu

Bir sistemin mekanik enerjisi kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlanır.

$$\boldsymbol{E = K + U}$$

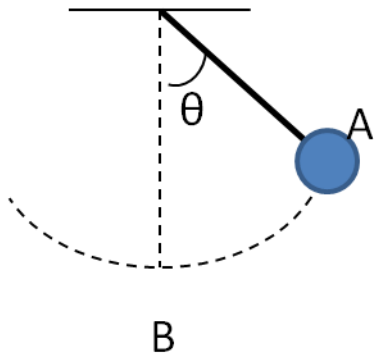
Bir sistemde enerji kaybına neden olacak herhangi bir etki (sürtünme kuvveti gibi) yok ise enerjinin korunumu ilkesine göre sistemin mekanik enerjisi korunur yani sabit kalır.

$$E_i = E_s$$
$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

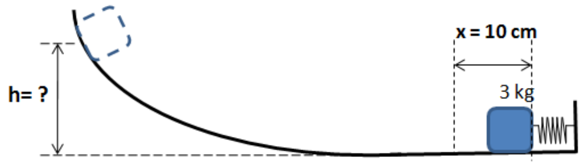
Burada dikkat edilmesi gereken nokta, sadece korunumlu kuvvetler yolu ile etkileşen yalıtılmış cisimler sisteminde enerjin korunumu ilkesi geçerlidir.

Örnek 8.1: Şekilde verilen m kütleli top h kadar yükseklikten serbest bırakılmıştır. Topun yerden y kadar yüksekte iken (y < h) hızını bulunuz.

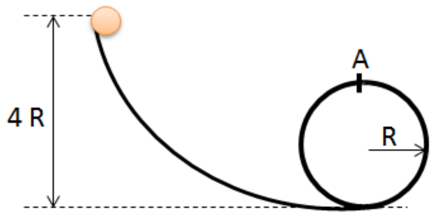
Örnek 8.2: Bir sarkaç şekildeki gibi L uzunluklu hafif ipe bağlı m kütleli bir küreden oluşmaktadır. İp düşeyle θ_A açısı yaptığında, küre durgun olarak bırakılıyor. Küre en alt nokta olan B noktasına geldiğinde hızını bulunuz.



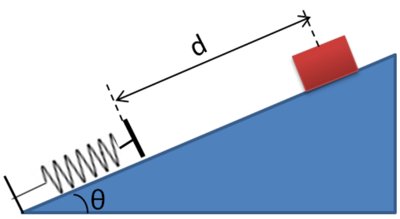
Örnek 8.3: 3 kg kütleli bir blok yatay bir yaya karşı itiliyor ve yayın denge konumuna göre 10 cm sıkışması sağlanıyor. Yay sabiti 1000 N/m'dir. Yay serbest bırakıldığında blok, düşey dairesel ve ***sürtünmesiz*** bir raya doğru hareket etmeye başlıyor. Bloğun ray üzerinde çıkabileceği maksimum h yüksekliğini bulunuz.



Örnek 8.4: Bir boncuk şekildeki yörüngede sürtünmesiz olarak kaymaktadır. Boncuk 4R yüksekliğinden serbest bırakılırsa A noktasındaki sürati ne olur?



Örnek 8.5: Bir m kütlesi θ açılı sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde durgun halden başlayarak bir *d* uzaklığına kayıyor. Kayarken, şekilde gösterilen kütlesi ihmal edilebilir zorlanmamış bir yaya çarpıyor. Kütle, kuvvet sabiti k olan yayın sıkışmasıyla bir anlık durduruluncaya kadar ek bir *x* uzaklığı kadar kayıyor. Kütle ile yay arasındaki ilk *d* uzaklığını bulunuz.



8.3. Kinetik Sürtünme Olması Durumunda Enerji Korunumu Yasası:

Sürtünme kuvveti gibi ***korunumlu olmayan*** bir kuvvetin herhangi bir cisim üzerinde etkili olduğu durumlarda cismin sahip olduğu enerjinin bir kısmı sürtünme nedeniyle kaybedilecektir. Kinetik sürtünmeyi içeren durumlarda iş ve kinetik enerji teoreminin aşağıdaki gibi kullanılması gerektiği ifade edilmişti.

$$\sum_{Diğer} W - f_k d = \Delta K$$

Diğer kuvvetler tarafından yapılan toplam iş miktarı cismin potansiyel enerjisindeki değişimin negatifine eşittir. Bu durumda iş enerji teoremi için

$$-\Delta U - f_k d = \Delta K$$

$$\Delta K + \Delta U = -f_k d$$

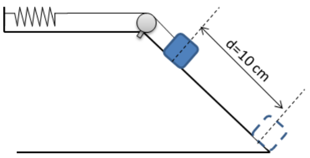
$$\Delta E = -f_k d$$

yazılabilir. Sürtünme ile kaybedilen enerjiden dolayı sistemin toplam mekanik enerjisindeki değişim sıfırdan farklı olacaktır. Mekanik enerji değişimi sürtünme nedeniyle kaybedilen enerjiye ya da sürtünme kuvveti tarafından yapılan iş miktarına eşittir.

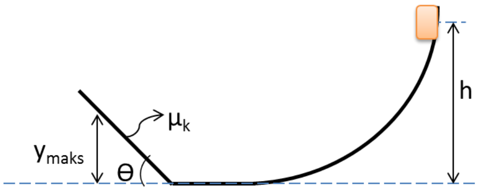
Örnek 8.6. 3 kg lık bir sandık eğik düzlemden aşağı doğru kaymaktadır. Eğik düzlem 1 m uzunluğunda ve 30^0 eğimdedir. Sandık durgun halden tepe noktasından harekete başlıyor ve 5 N büyüklüğünde sabit bir sürtünme kuvveti etkisi altında kalıyor. Eğik düzlemin tabanında sandığın hızı nedir?

Örnek 8.7: Bir kayakçı 20 m yükseklikte sürtünmesiz bir yokuşun tepesinden durgun halden kaymaya başlıyor. Yokuşun tabanında, kayak ile kar arasındaki sürtünme katsayısı 0.21 dir. Kayakçı durana kadar yatay yüzeyde ne kadar yol alır?

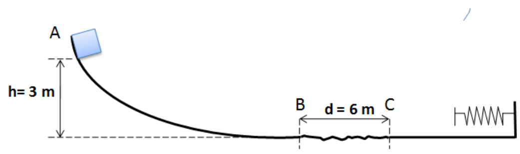
Örnek 8.8: Sürtünmeli bir eğik düzlemde bulunan 2 kg lık bir blok kütlesi ihmal edilen 100 N/m lik bir yaya şekildeki gibi bağlanmıştır. Yay serbest halde iken blok ilk hızsız olarak bırakılıyor. Blok durana kadar eğik düzlem yüzeyinde aşağıya doğru 10 cm hareket ediyorsa, blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k nedir?



Örnek 8.9: Bir blok şekildeki gibi eğrisel sürtünmesiz bir raydan aşağıya doğru kayıp sonra eğik düzlemde yukarı doğru çıkıyor. Blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k' dir. Bloğun eğik düzlem üzerinde ulaşacağı maksimum yüksekliği bulunuz.

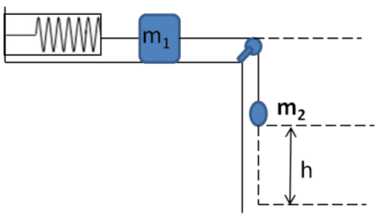


Örnek 8.10: 10 kg lık bir blok A noktasından bırakılıyor. Ray 6 m uzunluğundaki B ve C kısmı dışında sürtünmesizdir. Blok raydan kayıp yay sabiti 2000 N/m olan bir yaya çarpar ve onu denge konumundan 0.3 m sıkıştırarak bir an durur. B ve C kısmı ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.



Örnek 8.11: 2000 kg lık bir araba durgun halden harekete başlıyor ve yatayla 20^0 eğimli olan 5m uzunluğundaki yolun tepesinden aşağıya doğru iniyor. 4000 N luk bir sürtünme kuvveti arabanın hareketine karşı koyuyorsa, yolun en altında arabanın sürati nedir?

Örnek 8.12: İki blok şekildeki gibi sürtünmesiz bir makaranın üstünden geçen, hafif bir iple bağlanmıştır. m_1 kütleli blok yatay bir yüzeyde ve k yay sabiti olan bir yaya bağlanmıştır. Yay gergin değilken, sistem durgun halden serbest bırakılmıştır. m_2 kütleli asılı blok duruncaya kadar h yüksekliği kadar düştüğüne göre, m_1 ve yüzey arasındaki sürtünme katsayısı nedir?



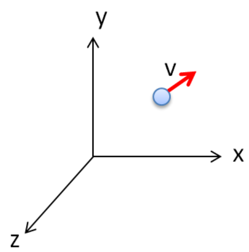
9. DOĞRUSAL MOMENTUM VE ÇARPIŞMALAR

9.1 Doğrusal Momentum ve Korunumu:

v çizgisel hızı ile hareket eden m kütleli bir cismin doğrusal momentumu kütle ve hızın çarpımı olarak tanımlanır.

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Momentum vektörel bir büyüklük olup yönü hız vektörü ile aynı yöndedir. Birimi kgm/s dir. Cisim üç boyutlu uzayda rastgele bir yönde hareket ediyorsa, cismin momentumu üç bileşene sahip olacaktır.



$$\overrightarrow{P_x} = m\overrightarrow{v_x}$$

$$\overrightarrow{P_y} = m\overrightarrow{v_y}$$

$$\overrightarrow{P_z} = m\overrightarrow{v_z}$$

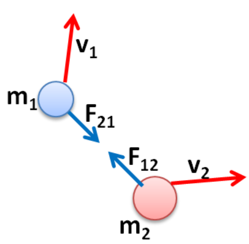
Newton'un ikinci hareket yasasnı kullanarak, bir cismin doğrusal momentumunu ona etki eden kuvvete bağlayabiliriz.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Bir cisim üzerine etki eden net kuvvet sıfır ise momentumun zamana göre türevi sıfır olur. Yani cismin çizgisel momentumu zaman içinde sabit kalır. Bu durumda, $\sum F = 0$ koşulu altında bulunan bir ***cismin momentumun korunduğu*** söylenebilir. Karışık hareket problemlerinin çözülmesinde enerji korunumu kadar momentum korunumu yasası da faydalı olur.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad ise \quad \vec{P}\, sabittir.$$

Birbiri ile etkileşen ve çevrelerinden yalıtılmış iki cisim ele alalım. Yani iki parçacık birbirlerine kuvvet uygulasın fakat hiçbir dış kuvvet bulunmasın. Bu durumun analizinde Newton un 3. Yasası önemlidir. Birinci parçacık ikinci parçacığa bir kuvvet uygularsa, ikinci parçacıkta birinci parçacığa eşit fakat zıt yönde bir kuvvet uygular. m_1



Birinci parçacığın momentumu P_1 ve ikinci parçacığın momentumu P_2 olsun. Her iki parçacığa Newton 2. Yasasını uygularsak,

$$\vec{F}_{21} = \frac{d\overrightarrow{P_1}}{dt} \qquad \vec{F}_{12} = \frac{d\overrightarrow{P_2}}{dt}$$

Burada $\vec{F}_{21}$ ikinci parçacık tarafından birinciye ve $\vec{F}_{12}$ birinci parçacık tarafından ikinciye uygulanan kuvvettir. Newton 3. Yasasına göre bu kuvvetler büyüklükçe birbirine eşit fakat zıt yöndedirler. O halde,

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$$

$$\frac{d\overrightarrow{P_1}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{P_2}}{dt} = \frac{d\left(\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2}\right)}{dt} = 0$$

olarak yazılabilir. Buradan $P = P_1 + P_2$ toplam momentumun sabit kaldığı sonucuna varırız.

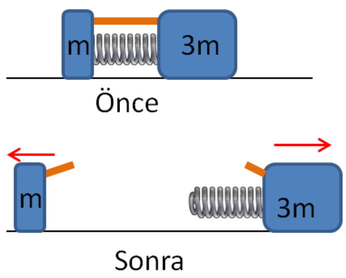
$$P_T = \sum P = P_1 + P_2 = sabit$$

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1s} + \vec{P}_{2s}$$

En son elde edilen eşitlik önemli mekanik yasalarından biri olan ***momentumun korunumu yasası***dır ve şu şekilde ifade edilir.

"Yalıtılmış bir sistemde iki veya daha çok parçacık etkileşiyorsa sistemin toplam momentumu sabit kalır."

Örnek 9.1: Kütleleri m ve 3m olan iki blok yatay sürtünmesiz bir zemin üzerinde bulunmaktadır. Aralarına bir yay yerleştirilen iki blok şekildeki gibi birbirine yaklaştırılmış ve yayın sıkışması sağlanmıştır. Ayrıca blokları sabit tutmak için bloklar birbirine bir halat ile bağlanmıştır. Halat kesildikten sonra 3m kütleli blok sağa doğru 2 m/s hızla hareket ettiğine göre a) m kütleli bloğun hızını b) Yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisini m=0.35 kg için hesaplayınız.



9.2 İmpuls ve Momentum

Herhangi bir cisim üzerine zamanla değişen bir dış kuvvet uygulandığı zaman, cismin çizgisel momentumu değişecektir. Newton un 2. yasasına göre,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad veya \quad d\vec{P} = \vec{F}\,dt$$

olur. Kuvvet belli bir zaman aralığında uygulanmış ise, momentum değişimi için yukarıdaki eşitliğin integralini alırız. Parçacığın momentumu t_i anında P_i değerinden t_s anında P_s değerine değişirse,

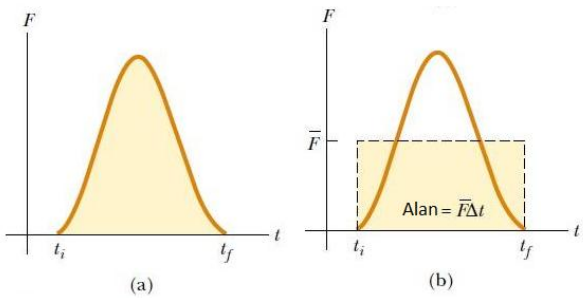
$$\Delta P = P_s - P_i = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}\,dt = I(\text{İmpuls})$$

Bir parçacık üzerine etki eden F kuvvetinin impulsu, bu kuvvetin sebep olduğu parçacığın momentumundaki değişime eşittir. İmpuls parçacığın kendi başına bir özelliği olmayıp, uygulanan dış kuvvetin parçacığın momentumunu değiştirmesi ile ilgilidir. Ayrıca, impuls herhangi bir kuvvet uygulayan kaynaktan parçacığa momentum aktarılması olarak da tanımlanabilir.

Genel olarak kuvvet zamanla değişeceğinden, ortalama bir F kuvveti tanımlamak uygun olur.

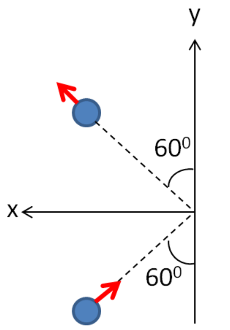
$$\bar{F} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_s} \vec{F}\,dt$$

Bu durumda impuls $I = \bar{F}\Delta t$ olur.



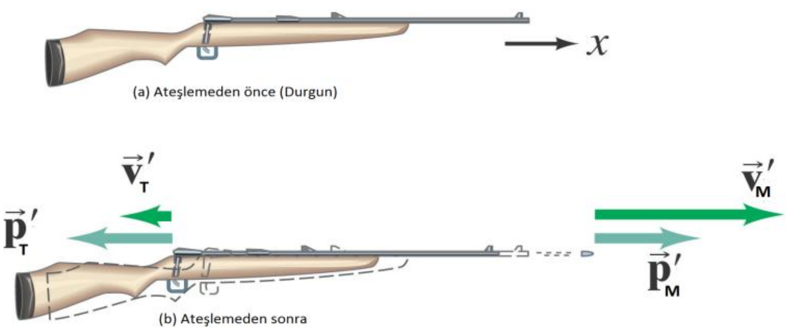
Örnek 9.2: Özel bir çarpışma deneyinde 1500 kg kütleli bir otomobil bir duvara çarpar. Otomobilin ilk ve son hızları $Vi = -15\,\hat{\imath}\ m/s$ ve $Vs = 3\,\hat{\imath}\ m/s$ dir. Çarpışma 0.15 s sürdüğüne göre çarpışma ile ilgili impulsu ve otomobile uygulanan ortalama kuvveti bulunuz.

Örnek 9.3: Kütlesi 3 kg olan bir top 10 m/s lik bir hızla şekildeki gibi düşey eksenle 60^0 açı yaparak bir duvara çarpar. Çarpışma sonrasında top aynı hız ve açı ile geri teper. Bu çarpışma 0.2 s sürdüğüne göre duvarın topa uyguladığı ortalama kuvveti bulunuz.



Cevap:260 N

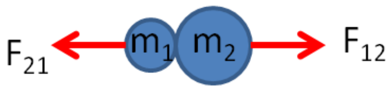
Örnek 8.4: 620 m/s hızla 0,020 kg kütleli mermileri atan 5,0 kg kütleli bir tüfeğin geri tepme hızını hesaplayın.



Cevap=2.5 m/s

9.3 Tek Boyutta Çarpışmalar

Çarpışma iki parçacığın birbirleri üzerinde impulsif kuvvetler oluşturarak kısa bir süre için birlikte olmaları şeklinde tanımlanır. Enerjinin ve momentumun korunumu yasalarını kullanarak çarpışan cisimlerin, çarpışmadan önce ve sonraki hareketleri hakkında bilgi sahibi olunabilir. Aşağıdaki şekilde verilen m_1 ve m_2 kütlelerinin birbiri ile çarpıştığı durumu ele alalım.



Burada F_{21} kuvveti, m_2 kütlesinin çarpışma sırasında m_1 üzerine uyguladığı kuvvettir ve çarpışmadan dolayı m_1 kütlesinin momentumundaki değişim

$$\Delta P_1 = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}_{21}\, dt$$

olur. Benzer şekilde m_2 kütlesinin momentum değişimi ise

$$\Delta P_2 = \int_{t_i}^{t_s} \vec{F}_{12}\, dt$$

Newton'un 3. yasasına göre şu sonucu yazabiliriz.

$$\Delta P_1 = -\Delta P_2 \quad veya \ \Delta P_1 + \Delta P_2 = 0$$

Sistemin toplam momentumu $P_T = P_1 + P_2$ olduğundan, çarpışmadan dolayı sistemin momentumunda ki değişimin sıfır olduğu yani sistemin momentumunun korunduğu sonucuna varırız. Çarpışma sırasında ortaya çıkan itme kuvvetleri iç kuvvetler olduğundan sistemin momentumunda herhangi bir değişiklik meydana getirmezler. O halde bütün çarpışma süreçleri için, **"Yalıtılmış bir sistemin çarpışmadan hemen önceki toplam momentumu çarpışmadan hemen sonraki toplam momentumuna eşittir"** diyebiliriz.

Örnek 9.5: Trafik ışığında durmakta olan 1800 kg kütleli bir arabaya, 900 kg kütleli bir araba arkadan çarpar ve iki araba birlikte sürüklenirler. Çarpışmadan önce küçük arabanın hızı 20 m/s ise çarpışmadan sonra birleşik kütlenin sürüklenme hızı nedir?

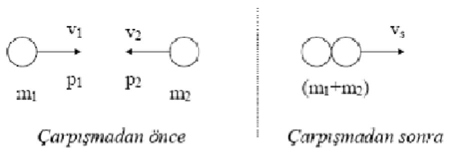
Cevap: 6.67 m/s

a) Esnek Olmayan Çarpışmalar:

Çarpışma sırasında momentum korunduğu halde kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra aynı olmadığı çarpışma çeşididir. Yani çarpışma sırasında sistemin kinetik enerjisi korunmaz. Makroskopik çarpışmaların çoğu elastik olmayan çarpışmadır. Bu tip çarpışmalarda kinetik enerji değişik formlardaki enerjilere (termal enerji gibi) dönüşür.

b) Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar:

Birbiri ile çarpışan iki cismin çarpışma sonrasında birlikte hareket ettiği çarpışma şeklidir. İki cisim aynı hız ve doğrultuda birlikte hareket eder. Birbiri ile çarpışan m_1 ve m_2 kütlelerini ele alalım. Çarpışmadan önceki hızları V_1 ve V_2 olan cisimler çarpışmadan sonra V_s hızı ile birlikte hareket ediyorsa, bu süreçte momentum korunumu yasası uygulanırsa,



$$m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)V_s$$
$$V_s = \frac{m_1V_1 + m_2V_2}{(m_1 + m_2)}$$

c) Esnek Çarpışmalar:

Toplam momentum ve toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra sabit kaldığı çarpışma şeklidir. Gerçek esnek çarpışmalar atom ve atomaltı parçacıklar arasında gerçekleşir. Makroskobik cisimler arasında esnek çarpışmaya en yakın örnek bilardo toplarının çarpışma olabilir. Kafa kafaya esnek çarpışmaya uğrayan iki parçacık ele alalım.

Momentum ve kinetik enerji korunumu için aşağıdaki iki denklem yazılabilir.

$$m_1V_{1i} + m_2V_{2i} = m_1V_{1s} + m_2V_{2s} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}m_1{V_{1i}}^2 + \frac{1}{2}m_2{V_{2i}}^2 = \frac{1}{2}m_1{V_{1s}}^2 + \frac{1}{2}m_2{V_{2s}}^2 \qquad (2)$$

Kinetik enerji denkleminde ½ sadeleştirelim ve denklemi yeniden yazalım:

$$m_1{V_{1i}}^2 + m_2{V_{2i}}^2 = m_1{V_{1s}}^2 + m_2{V_{2s}}^2 \qquad (3)$$

Aynı kütleye sahip terimleri bir araya toplayalım:

$$m_1({V_{1i}}^2 - {V_{1s}}^2) = m_2(\ {V_{2s}}^2 - {V_{2i}}^2) \qquad (4)$$

Eşitliğin her iki tarafını çarpanlarına ayıralım:

$$m_1(V_{1i} - V_{1s})(V_{1i} + V_{1s}) = m_2(\ V_{2s} - \ V_{2i})(\ V_{2s} + \ V_{2i}) \qquad (5)$$

Momentum korunumu denklemine göre ise $m_1(V_{1i} - V_{1s}) = m_2(\ V_{2s} - \ V_{2i})$ olur. Bu eşitliği yukarıdaki (5) nolu denklemde kullanırsak.

$$m_2(\ V_{2s} - \ V_{2i})(V_{1i} + V_{1s}) = m_2(\ V_{2s} - \ V_{2i})(\ V_{2s} + \ V_{2i}) \qquad (6)$$

(6) nolu denklemin her iki tarafındaki bulunan benzer terimleri sadeleştirirsek,

$$(V_{1i} + V_{1s}) = (\ V_{2s} + \ V_{2i}) \qquad (7)$$

yada

$$V_{1i} - V_{2i} = -\ V_{1s} + \ V_{2s} \qquad (8)$$

(1) ve (8) nolu denklemler kullanılarak parçacıkların son hızları ilk hızlara ve kütlelere bağlı olarak bulunabilir.

$$V_{2s} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)V_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)V_{2i}$$

$$V_{1s} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)V_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)V_{2i}$$

Özel Durumlar:

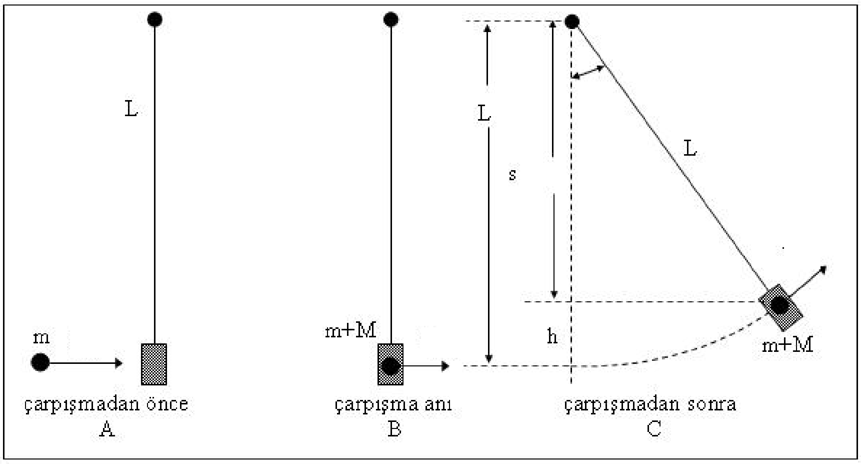
1) $m_1 = m_2$ olması durumunda $V_{1s} = V_{2i}$ ve $V_{2s} = V_{1i}$ olur. Yani parçacıklar hızlarını değiş-tokuş yapmıştır. Bilardo toplarında gözlenen bir durumdur. Çarpılan top, çarpan topun hızı ile harekete başlar.

2) m_2 kütlesi başlangıçta durgun ise $(V_{2i} = 0)$

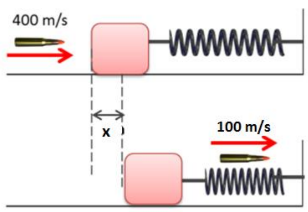
$$V_{2s} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)V_{1i}$$

$$V_{1s} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)V_{1i}$$

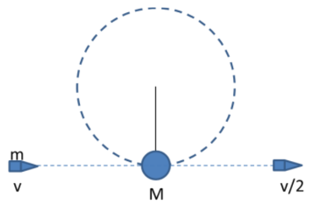
Örnek 9.6: Balistik sarkaç mermi gibi hızlı hareket eden cisimlerin hızını ölçmek için kullanılan bir sistemdir. Mermi hafif teller ile asılı büyük bir ağaç blok üzerine doğru ateşlenir. Mermi ağaç bloğa çarpar ve birlikte h kadar yükseğe çıkarlar. Merminin ilk hızını kütlelere ve bloğun yükselme mesafesi (h) bağlı olarak bulunuz.



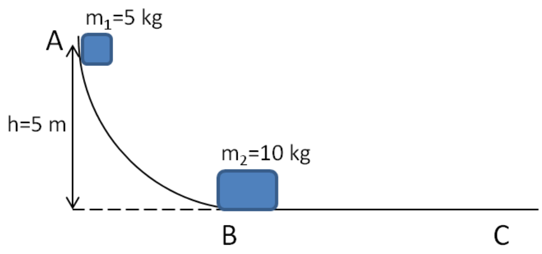
Örnek 9.7: Başlangıçta 400 m/s hızla ilerleyen 5 gr' lık bir mermi, şekildeki gibi 1 kg'lık bir bloğu deler geçer. Blok ilk önce yatay, sürtünmesiz yüzey üzerinde durgun ve yay sabiti 900 N/m olan bir yaya tutturulmuştur. Merminin bloğu terk etme hızı 100 m/s olduğuna göre çarpışmadan sonra blok sağa doğru ne kadar kayar?



Örnek 9.8: Şekildeki gibi, *m* kütleli ve *v* hızlı bir mermi, M kütleli bir sarkaç içinden geçer ve *v/2* hızı ile çıkar. Sarkaç l uzunluğunda ve kütlesi ihmal edilebilen bir ipin ucunda asılıdır. Sarkacın tam bir düşey daire üzerinde hareket edebilmesi için minimum v hızı ne olmalıdır?



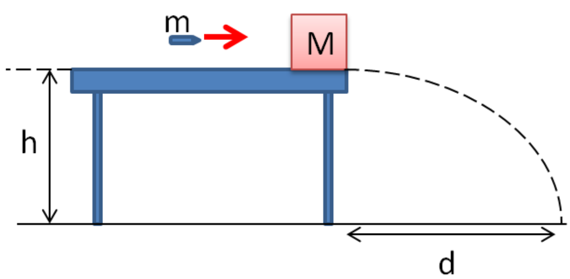
Örnek 9.9: Şekilde verilen sürtünmesiz ABC rayını göz önüne alınız. 5 kg kütleli bir blok A noktasından serbest bırakılıyor. B noktasında duran 10 kg kütleli blok ile esnek olarak çarpışıyor. Çarpışmadan sonra 5 kg lık bloğun ray üzerinde çıkabileceği maksimum yüksekliği bulunuz.



Örnek 9.10: 12 gr lık bir mermi yatay zeminde durgun olan 100 gr lık bir ağaç bloğa atılıyor. Ağaç blok duruncaya kadar 7.5 m kayıyor. Blok ve yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0.65 ise, çarpışmadan hemen önce ki merminin hızını bulunuz.

Cevap: 91.2 m/s

Örnek 9.11: Kütlesi m olan bir mermi yerden yüksekliği h kadar olan sütünmesiz bir masanın ucunda bulunan bir ağaç bloğa doğru ateşleniyor. Blok mermi içinde kalıyor ve birlikte masanın kenarından d kadar uzağa düşüyorlar. Buna göre merminin ilk hızını bulunuz.



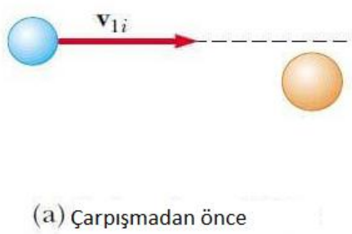
9.4 İki Boyutta Çarpışmalar:

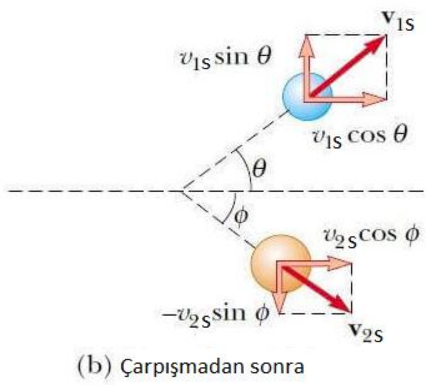
İki parçacığın düzlemde yani iki boyutta çarpışması söz konusu olduğunda, cisimlerin momentumlarının her iki bileşeni de *ayrı ayrı* momentum korunumu yasasını sağlar. x ve y doğrultusunda çarpışmadan önce ve sonraki momentum eşitlikleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$m_1 V_{1i_x} + m_2 V_{2i_x} = m_1 V_{1s_x} + m_2 V_{2s_x}$$

$$m_1 V_{1i_y} + m_2 V_{2i_y} = m_1 V_{1s_y} + m_2 V_{2s_y}$$

Örneğin, başlangıçta durgun olan m_2 kütleli parçacık ile m_1 kütleli parçacığın çarpışmasını ele alalım. Şekildeki gibi çarpışma tam burun buruna olmadığından, çarpışmadan sonra m_1 kütlesi yatay eksenle θ ve m_2 kütleli parçacık ise φ açısı yaparak hareket eder.





Momentumun x bileşeni $$m_1 V_{1i} = m_1 V_{1s} \cos\theta + m_2 V_{2s} \cos\varphi$$

Momentumun y bileşeni $$0 = m_1 V_{1s} \sin\theta - m_2 V_{2s} \sin\varphi$$

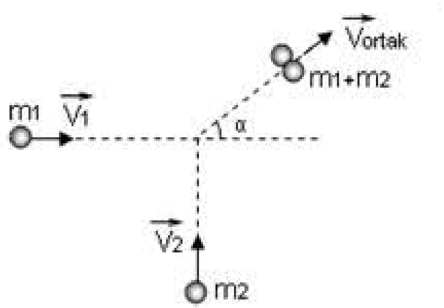
Çarpışmanın esnek olduğunu göz önüne alalım. Bu durumda çarpışma sürecinde parçacıkların kinetik enerjisi de korunacaktır. Enerji korunum denklemi ise

$$\frac{1}{2} m_1 {V_{1i}}^2 = \frac{1}{2} m_1 {V_{1s}}^2 + \frac{1}{2} m_2 {V_{2s}}^2$$

olacaktır.

Örnek 9.12: Bir bilardo oyununda oyuncu, hedefteki topu köşedeki deliğe düşürmek ister. Köşe deliğin geliş doğrultusuna göre 35^0 ise, gelen top hangi açı ile sapar? (Sürtünme ve dönme hareketlerinin olmadığını ve çarpışmanın esnek olduğunu varsayınız.)

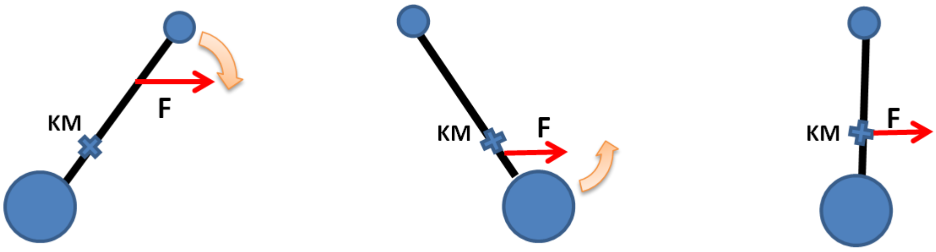
Örnek 9.13: 25 m/s hızla doğuya doğru giden 1500 kg lık bir araba, şekildeki gibi 20 m/s hızla kuzeye giden 2500 kg lık büyük bir yük arabası ile kavşakta çarpışıyor. Araçların tamamen esnek olmayan çarpışma yaptıklarını göz önüne alarak, çarpışmadan sonra enkazın hızının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



Cevap: $V_s = 15.6\, m/s$ ve $\theta = 53.1^0$

9.5 Kütle Merkezi:

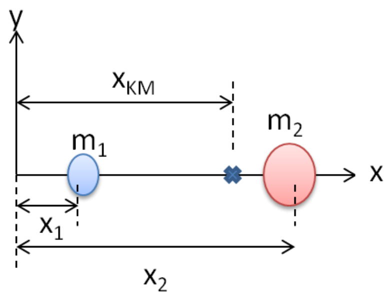
Mekanik bir sistemin bütününün hareketi, sistemin kütle merkezi olarak adlandırılan özel bir noktaya göre analiz edilebilir. Sisteme etki eden dış **F** kuvvetinin sanki kütle merkezine yerleştirilmiş M kütleli tek bir parçacığa etki ettiği düşünülebilir. Bu durumda F dış kuvveti etkisi altında olan M kütleli bir cismin kütle merkezi **a= F/M** ivmesi ile hareket eder. Hafif katı bir çubukla bağlanmış parçacık çiftinden oluşan mekanik bir sistem ele alalım. Kütle merkezi parçacıkları birbirine bağlayan çizgi üzerinde bir yerde ve büyük kütleye daha yakındır. Eğer küçük kütleye yakın bir bölgeye dış F kuvveti uygulanırsa sistem saat yönünde döner. Kuvvet büyük kütleye yakın bir bölgeye uygulanırsa sistem saat yönünün tersi yönde döner. Kuvvet kütle merkezine uygulanırsa ise sistem dönmeden uygulanan kuvvet yönünde ilerler.



Aşağıda verilen parçacık çiftinin kütle merkezinin koordinatlarını bulalım.

$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{(m_1 + m_2)}$$

Örneğin; $x_1 = 0, \quad x_2 = d \quad ve \;\; m_2 = 2m_1$ değerleri için kütle merkezi $x_{KM} = \frac{2d}{3}$ olur. Yani ağır olan cisme daha yakındır.



Kütle merkezi kavramını üç boyutta çok parçacıklı sistem için genelleyebiliriz. n parçacıklı bir sistemin kütle merkezinin koordinatı

$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}{(m_1 + m_2 + \cdots + m_n)} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i x_i}{M}$$

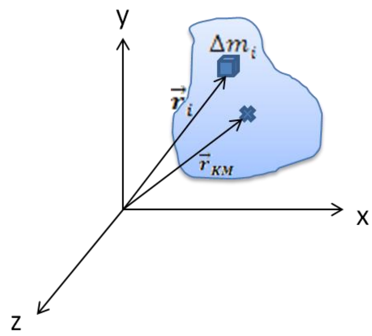
olarak tanımlanır. Kütle merkezinin y ve z koordinatları ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$y_{KM} = \frac{\sum m_i y_i}{M} \qquad ve \qquad z_{KM} = \frac{\sum m_i z_i}{M}$$

Üç boyutta kütle merkezinin yeri $\vec{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{KM}}$ konum vektörü ile gösterilir.

$$\vec{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{KM}} = x_{KM}\hat{\boldsymbol{\imath}} + y_{KM}\hat{\jmath} + z_{KM}\hat{\boldsymbol{k}}$$

Katı bir cismin kütle merkezini bulmak için bu cismin çok sayıda küçük parçacıklardan oluştuğu düşünülebilir. Parçacıklar arası mesafe çok çok küçük olduğundan cismin sürekli bir dağılıma sahip olduğu varsayımı yapılabilir.



Katı cisim üzerindeki bir çok küçük Δm_i parçacığının koordinatları x_i , y_i ve z_i ise, kütle merkezinin x koordinatı için

$$x_{KM} = \frac{\sum \Delta m_i x_i}{M}$$

ifadesi yazılabilir. Δm_i kütlesini sıfıra götürerek limit alınırsa, toplam işlevi yerine integral işlemi yazılabilir. Bu durumda katı bir cismin kütle merkezi için

$$x_{KM} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum \Delta m_i x_i}{M} = \frac{1}{M}\int x\,dm$$

elde edilir. Benzer Şekilde kütle merkezinin y ve z koordinatı içinde

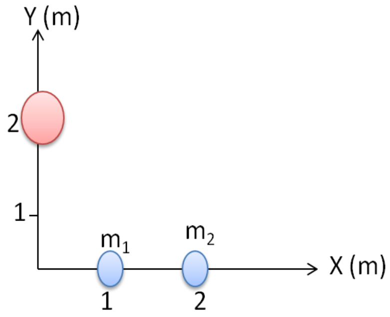
$$y_{KM} = \frac{1}{M}\int y\,dm \qquad ve \qquad z_{KM} = \frac{1}{M}\int z\,dm$$

yazılabilir. Katı bir cismin kütle merkezinin vektörel konumu da

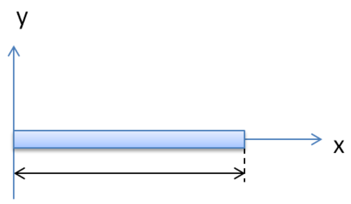
$$\vec{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{KM}} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,dm$$

olacaktır.

Örnek 9.14: Şekilde verilen üç parçacıklı sistemin kütle merkezinin koordinatlarını bulunuz. (m_1=m_2= 1 kg ve m_3=2 kg)



Örnek 9.15:Kütlesi M ve uzunluğu L olan düzgün çubuğun kütle merkezinin çubuğun tam orta noktasında olduğunu gösteriniz.



b) Çubuğun düzgün olmadığını ve çizgisel kütle yoğunluğunun $\lambda = \alpha x$ olduğunu varsayarak kütle merkezini bulunuz.