FİZİK

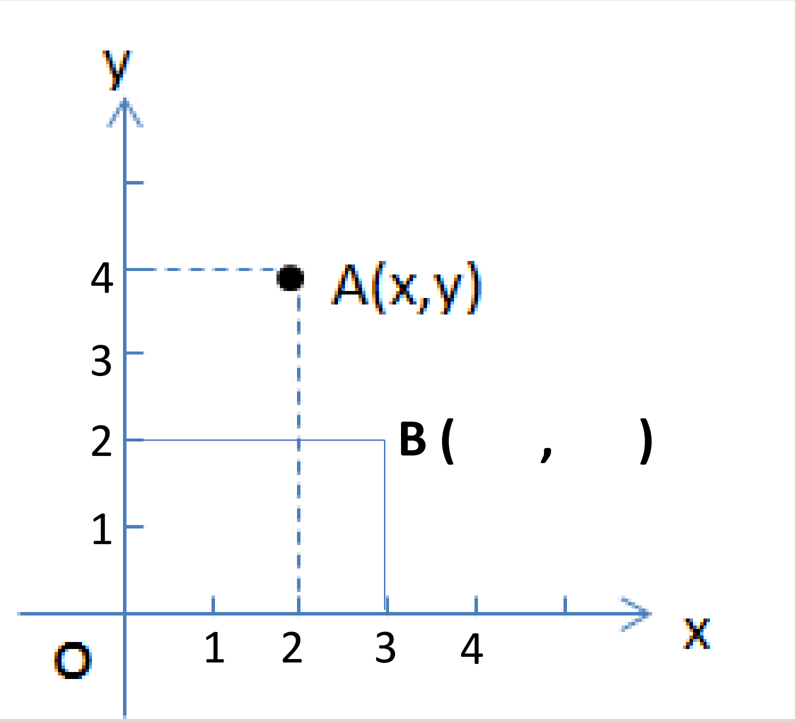
2.HAFTA

2. VEKTÖRLER

2.1. Koordinat Sistemleri

Herhangi bir cismin uzayda bulunduğu konumu tanımlarken koordinat sistemlerinden faydalanırız. Fizikte en çok kullanılan koordinat sistemleri ***“Kartezyen (dik) koordinat sistemi”*** ve ***“Kutupsal koordinat sistemi”*** dir.

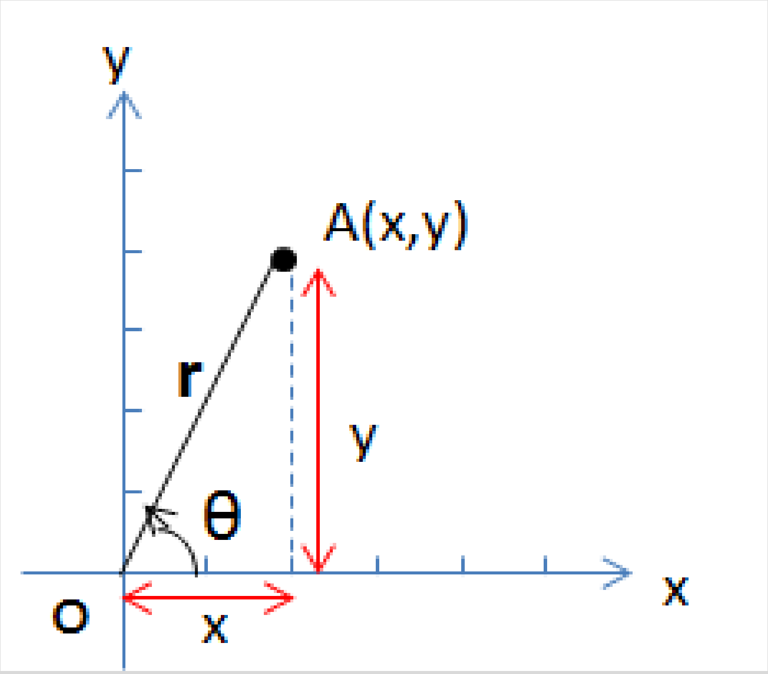
Yatay ve düşey eksenlerin kesiştiği noktanın orijin olarak alındığı koordinat sistemine “Kartezyen koordinat sistemi” adı verilir.



Bazen düzlemdeki bir noktayı (r,θ) kutupsal koordinatları ile temsil etmek daha uygun olabilir. Kutupsal koordinat sisteminde,

r: orjinden (x,y) kartezyen koordinatlarına sahip noktaya olan uzaklık

θ: x ekseninden itibaren saat yönünün tersi yönde ölçülen açıdır.



Uzayda herhangi bir noktanın kutupsal koordinatları kullanılarak kartezyen koordinatları yazılabilir.

$$\sin\theta = \frac{y}{r} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\boxed{y = r\sin\theta} \qquad \boxed{x = r\cos\theta}$$

$$\boxed{\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x}}$$

$$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$$

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1$$

$$\boxed{r^2 = x^2 + y^2}$$

Örnek 2.1: Bir noktanın xy düzlemindeki kartezyen koordinatları (x,y)=(3,4) m'dir. Bu noktanın kutupsal koordinatlarını bulunuz.

$x = 3\,m$

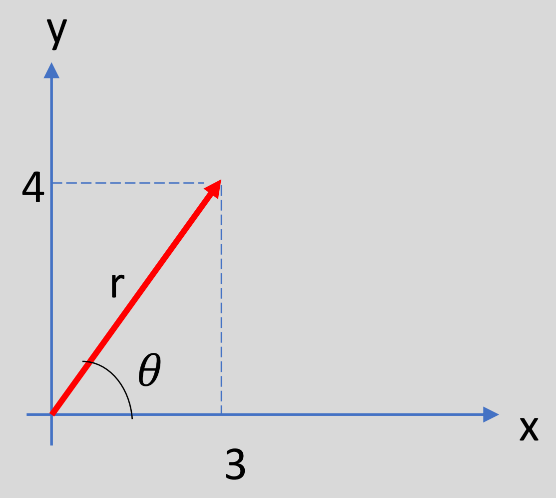
$y = 4\,m$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ m}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} = 1.33$$

$$\theta = \tan^{-1} 1.33 = 53^0$$



2.2. Vektör ve Skaler Nicelikler

Skaler bir nicelik uygun birime sahip tek bir sayı ile belirtilebilir. Herhangi bir yöne sahip değildir.

Örnek:

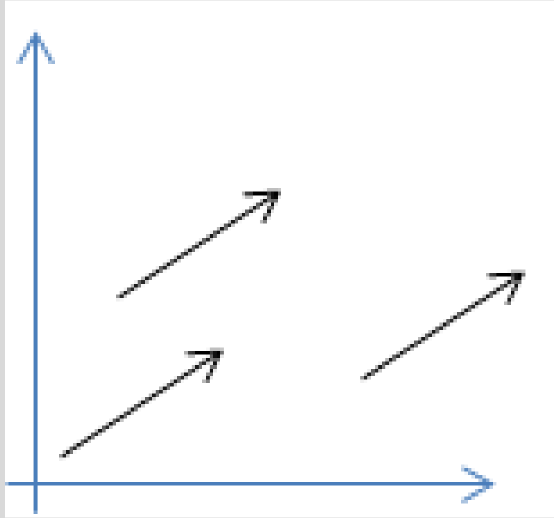
Vektörel bir nicelik ise hem büyüklüğe hem de bir yöne sahiptir. Vektörel nicelikler $\vec{A}$ şeklinde yazılır ve büyüklüğü $|\vec{A}|$ ile gösterilir.

Örnek:

2.3. Vektörlerin Bazı Özellikleri

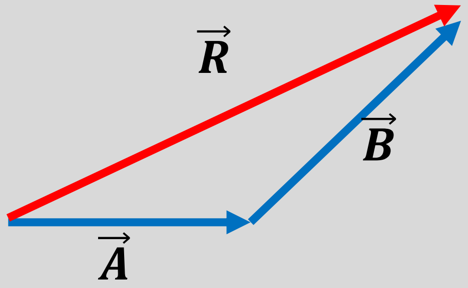
İki vektörün eşitliği:

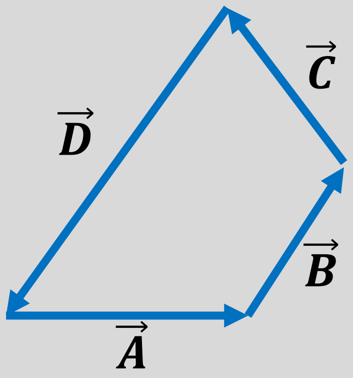
Başlangıç noktaları farklı olsa bile aynı büyüklüğe ve yöne sahip iki vektör birbirine eşit kabul edilir.



Vektörlerin Toplanması:

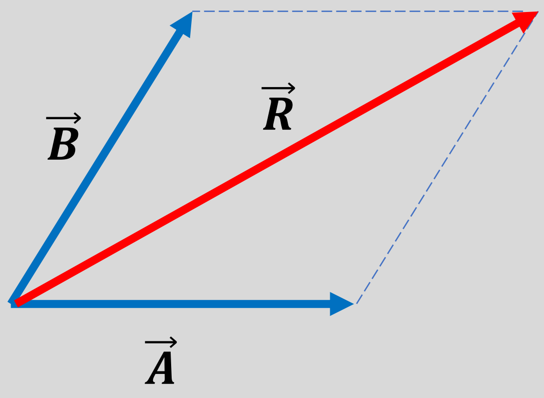
Vektörlerin toplama kuralları, geometrik yöntemlere uygun olarak tanımlanır. Herhangi iki vektörü toplamak için ***uç uca ekleme*** yada ***paralel kenar yöntemleri*** kullanılabilir. Uç uca ekleme yönteminde vektörlerden birinin başlangıcı diğer vektörün bitiş noktasına gelecek şekilde birbirine eklenir. Toplam (bileşke) vektörü birinci vektörün başlangıcından son eklenen vektörün bitiş noktası arasında çizilen vektöre eşit olacaktır.





$\vec{R} =$

Paralel kenar yönteminde ise öncelikle toplanacak olan iki vektör başlangıç noktaları aynı noktaya gelecek şekilde yerleştirilir. Daha sonra elde edilen çizim bir paralel kenar olacak şekilde tamamlanır. Elde edilen paralel kenarın köşegeni ise toplam (bileşke) vektörüne eşit olacaktır.



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

Bir vektörün negatifi:

Herhangi bir $\vec{A}$ vektörünün negatifi, bu vektör ile toplandığı zaman sonucu sıfır veren vektör olarak tanımlanır.

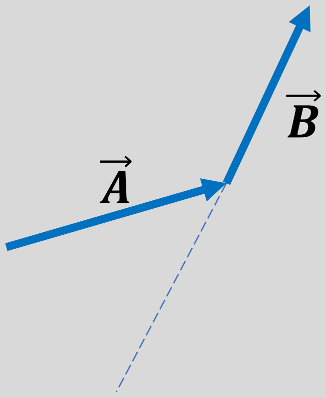
$$\vec{A} + (-\vec{A}) = 0$$

$\vec{A}$ ve $-\vec{A}$ vektörleri aynı büyüklükte fakat zıt yöndedirler.

Vektörlerin Çıkarılması:

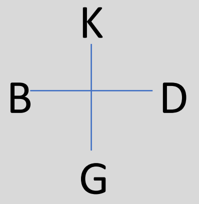
Vektörlerin çıkarılması işleminde negatif vektörlerin tanımından faydalanılır. Örneğin $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin farkını bulmak istiyorsak, $\vec{A}$ vektörü ile $\overrightarrow{-B}$ vektörünü daha önce anlatılan vektör toplam kurallarına uygun şekilde toplayarak fark vektörünü bulabiliriz.

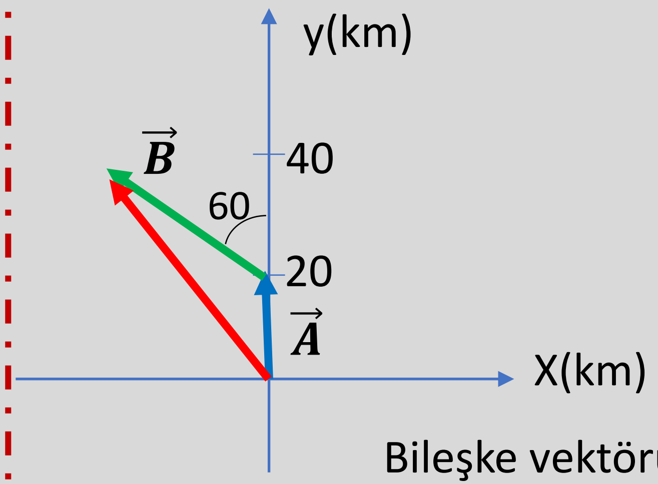
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

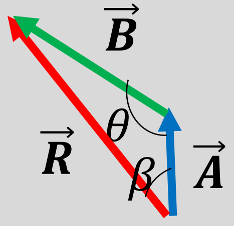


$$\vec{\boldsymbol{C}} = \vec{\boldsymbol{A}} - \vec{\boldsymbol{B}}$$

Örnek 2.2: Bir otomobil kuzeye doğru 20 km ve sonra 60^0 kuzey batı yönünde 35 km yol almaktadır. Bileşke yer değiştirmenin büyüklüğünü bulunuz.





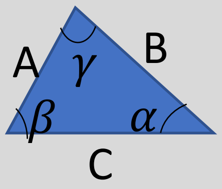


Bileşke vektörü bulmak için kosinüs teoremi kullanılır.

$$|\vec{R}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{20^2 + 40^2 - 2(20)(40)\cos 120}$$

$$|\vec{R}| = 48.2\ km$$



Sinüs teoremi $\quad \dfrac{A}{\sin\alpha} = \dfrac{B}{\sin\beta} = \dfrac{C}{\sin\gamma}$

$$\frac{B}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin 120}$$

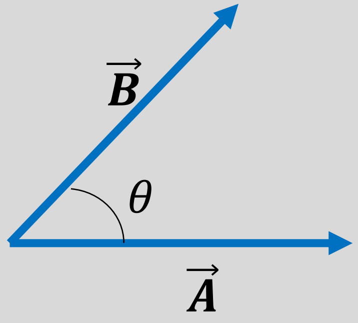
$$\sin\beta = 0.629$$

$$\beta = 39^0$$

Vektörlerin Çarpılması:

Skaler Çarpım:

İki vektörün skaler olarak çarpılması neticesinde elde edilen sonuç her zaman bir **skaler**dir.



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\,\cos\theta$$

Vektörel Çarpım:

İki vektörün skaler olarak çarpılması neticesinde elde edilen sonuç her zaman bir **vektör**dür.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

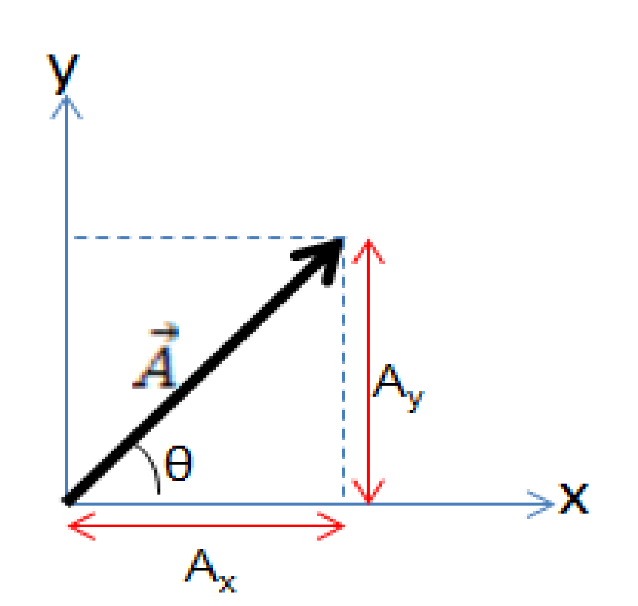
Sonuç vektörünün büyüklüğü ise,

$$|\vec{C}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\,\sin\theta$$

2.4. Bir Vektörün Bileşenleri ve Birim Vektörler

Bir vektörün dik koordinat sisteminin eksenleri üzerindeki iz düşümlerine **"vektörün bilşenleri"** adı verilir. Herhangi bir vektör bileşenleri ile tam olarak ifade edilebilir. Vektörler bileşenleri ile ifade edilirken, büyüklüğü 1'e eşit ve sadece doğrultu belirten ***"birim vektörler"*** kullanılır. Üç boyutlu uzayda Kartezyen koordinat sisteminde her bir doğrultuyu gösterecek şekilde tanımlanmış üç farklı birim vektör bulunmaktadır.

$$x \rightarrow \hat{\boldsymbol{\imath}} \quad , \qquad y \rightarrow \hat{\boldsymbol{\jmath}} \quad , \qquad z \rightarrow \hat{\boldsymbol{k}}$$



$$|\hat{\imath}| = |\hat{\jmath}| = |\hat{k}| = 1$$

$\vec{A}$ vektörü birim vektörler kullanılarak bileşenleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{A} = A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\jmath}$$

$$A_x = A\cos\theta$$

$$A_y = A\sin\theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

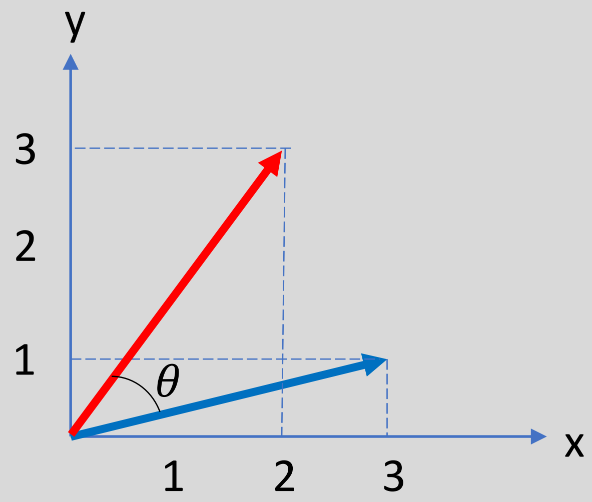
Bileşenleri ile verilen $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin bileşke (toplam) vektörü aşağıdaki gibi aynı doğrultuda olan bileşenlerin kendi içinde toplanması ile hesaplanabilir.

$$\vec{A} = A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\jmath}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + B_y\hat{\jmath}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \left(A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\jmath}\right) + \left(B_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + B_y\hat{\jmath}\right)$$

$$= (A_x + B_x)\hat{\boldsymbol{\imath}} + \left(A_y + B_y\right)\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Örnek 2.3: Şekilde verilen A ve B vektörleri arasındaki açıyı hesaplayınız.



$$\vec{A} = A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\jmath} \qquad \vec{B} = B_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + B_y\hat{\jmath}$$

$$\vec{A} = 3\hat{\boldsymbol{\imath}} + 1\hat{\jmath} \qquad \vec{B} = 2\hat{\boldsymbol{\imath}} + 3\hat{\jmath}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\,\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|\,|\vec{B}|} = \frac{(3\hat{\boldsymbol{\imath}} + 1\hat{\jmath}) \cdot (2\hat{\boldsymbol{\imath}} + 3\hat{\jmath})}{\left(\sqrt{3^2 + 1^2}\right)\left(\sqrt{2^2 + 3^2}\right)}$$

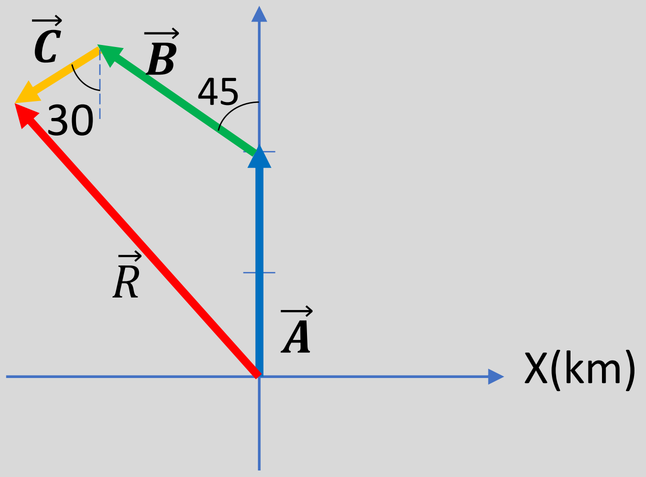
$$\cos\theta = \frac{6 + 3}{\sqrt{10}\sqrt{13}} = 0.78$$

$$\theta = \cos^{-1} 0.78 = 38.7$$

$$\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = |\hat{\imath}|\,|\hat{\imath}|\,\cos 0 = 1$$

$$\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = |\hat{\imath}|\,|\hat{\jmath}|\,\cos 90 = 0$$

Örnek 2.4: Acemi bir golf oyuncusu topu deliğe sokmak için üç vuruş yapar. Ardışık yer değiştirmeler, kuzeye 4 m, kuzey batıya 2 m ve 30^o güneybatıya 1 m yönündedir. Aynı başlangıç noktasından başlayarak, usta bir golfçü hangi büyüklükteki tek vektörel değişmeyle topu deliğe sokabilir?



$$\vec{A} = 0\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$$

$$\vec{B} = -2\,sin45\ \hat{\imath} + 2\,cos45\ \hat{\jmath} = -1.41\,\hat{\imath} + 1.41\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{C} = -1\,sin30\ \hat{\imath}\ - \mathbf{1}\,cos30\ \hat{\jmath} = -0.5\,\hat{\imath} - 0.86\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{R} = (0 - 1.41 - 0.5)\hat{\imath} + (4 + 1.41 - 0.86)\hat{\jmath}$$

$$\vec{R} = (-1.91)\hat{\imath} + (4.55)\hat{\jmath}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{1.91^2 + 4.55^2} = 4.9\,m$$

Örnek 2.5: Yerde bir koordinat sisteminin orijininde oturuyorsunuz. Üzerinizden bir uçak x eksenine paralel olarak 7,60 x 10^3 m yükseklikte sabit bir hızla uçuyor. *t* =0 anında uçak tam tepenizde ve sizden uçağa olan vektör P_0 = (7,60 x 10^3 m)**j** olarak veriliyor. *t* = 30 s ’de sizden uçağa doğru olan konum vektörü P_{30}= (8,04 x 10^3 m)**i** + (7,60 x 10^3 m)**j** dir. *t*= 45 s ‘deki uçağın konum vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Cevap: $\left|\overrightarrow{P_{45}}\right| = 1.43 \times 10^4\ m$

Örnek 2.6: Şu dört kuvvet vektörünün toplamını bulunuz: Yatayın 35^o üstünde sağa doğru 12 N, yatayın 55^o üstünde sola doğru 31N, yatayın 35^o altında sola doğru 8,40 N ve yatayın 55^o altında sağa doğru 24 N.

Cevap: $\left|\vec{R}\right| = 7.87\ N$